

Münzen*

Aufgabennummer: A_276

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Susi und Markus spielen mit fairen Münzen. Beim Werfen einer fairen Münze treten die beiden Ereignisse „Kopf“ und „Zahl“ jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf.

- a) Susi hat eine Schachtel mit 3 Ein-Euro-Münzen und 5 Zwei-Euro-Münzen.
Markus hat eine Schachtel mit 2 Ein-Euro-Münzen und 3 Zwei-Euro-Münzen.
Beide ziehen aus ihrer Schachtel zufällig jeweils 1 Münze.
- 1) Geben Sie diejenigen Möglichkeiten an, die zu einem Gesamtwert von € 3 führen (bei Susi und Markus zusammen).
 - 2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass durch die beiden Ziehungen ein Gesamtwert von € 3 erzielt wird.
- b) Markus will eine Zwei-Euro-Münze 10-mal werfen.
Susi stellt die Frage: „Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhalten wir mindestens 3-mal ‚Zahl‘?“
- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei 10 Würfeln mindestens 3-mal „Zahl“ geworfen wird.
- c) Susi und Markus beschäftigen sich mit der Wahrscheinlichkeit, mit der „Zahl“ beim wiederholten Werfen einer Münze auftritt. Dabei stoßen sie auf folgende Gleichung:
- $$P(X \geq 1) = 1 - 0,5^n = 0,9375$$
- X ... Anzahl der Würfe mit dem Ergebnis „Zahl“
- 1) Berechnen Sie n .
 - 2) Interpretieren Sie die Bedeutung der Zahl n in diesem Zusammenhang.

Möglicher Lösungsweg

a1) Die Möglichkeit, dass die Summe der gezogenen Münzen 3 Euro beträgt, besteht nur, wenn man entweder aus Susis Box 1 Ein-Euro-Münze und aus Markus' Box 1 Zwei-Euro-Münze zieht oder aus Susis Box 1 Zwei-Euro-Münze und aus Markus' Box 1 Ein-Euro-Münze zieht.

$$\text{a2) } P(S = 1 \text{ und } M = 2) = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{5}$$

$$P(S = 2 \text{ und } M = 1) = \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5}$$

Die Summe dieser Wahrscheinlichkeiten ist die gesuchte Lösung:

$$\frac{9}{40} + \frac{10}{40} = \frac{19}{40} = 47,5 \%$$

b1) Berechnung der Wahrscheinlichkeit mithilfe der Binomialverteilung: $n = 10$ und $p = 0,5$

$$P(X \geq 3) = 0,9453... \approx 94,5 \%$$

$$\text{c1) } n = \frac{\ln(0,0625)}{\ln(0,5)} = 4$$

c2) n gibt an, wie oft man die Münze werfen muss, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von 93,75 % mindestens 1-mal „Zahl“ geworfen wird.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Angeben der beiden Möglichkeiten

a2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

b1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

c1) 1 × B: für die richtige Berechnung von n

c2) 1 × C: für die richtige Interpretation von n