

Kugelstoßen (2)*

Aufgabennummer: A_268

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Kugelstoßen ist eine Disziplin bei den Olympischen Sommerspielen.

Eine Metallkugel muss so weit wie möglich aus einem Kreis in einen vorgegebenen Aufschlagbereich gestoßen werden.

- a) Im Jahr 1948 wurde bei den Männern ein neuer Weltrekord mit der Weite 17,68 m aufgestellt.

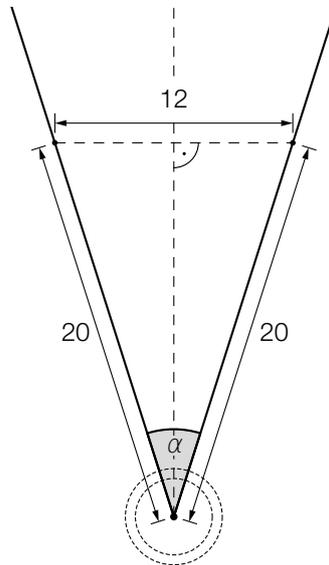
Eine Faustregel besagt, dass sich seit 1948 der Weltrekord bei den Männern alle 2,5 Jahre um 34 cm verbessert hat. Die Weltrekordweite (in Metern) soll gemäß dieser Faustregel in Abhängigkeit von der Zeit t (in Jahren) durch eine lineare Funktion f beschrieben werden.

- 1) Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion f . Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 1948.

Im Jahr 1988 betrug der Weltrekord bei den Männern 23,06 m.

- 2) Ermitteln Sie für das Jahr 1988 die Abweichung des Funktionswerts von f von dieser Weltrekordweite.

- b) Der Aufschlagbereich ist in der nachstehenden Abbildung in der Ansicht von oben dargestellt (alle Angaben in Metern).



- 1) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung markierten Winkel α .
- 2) Markieren Sie in der obigen Abbildung diejenige Strecke, deren Länge durch den folgenden Ausdruck berechnet werden kann: $\frac{6}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$

- c) Die Bahnkurve einer gestoßenen Kugel lässt sich näherungsweise durch den Graphen der quadratischen Funktion h beschreiben:

$$h(x) = -0,05 \cdot x^2 + 0,75 \cdot x + 2 \quad \text{mit } x \geq 0$$

x ... horizontale Entfernung der Kugel von der Abstoßstelle in m

$h(x)$... Höhe der Kugel über dem Boden bei der horizontalen Entfernung x in m

- 1) Geben Sie an, in welcher Höhe die Kugel abgestoßen wird.
 - 2) Ermitteln Sie, in welcher horizontalen Entfernung von der Abstoßstelle die Kugel auf dem Boden aufschlägt.
- d) Für die bei den Männern verwendeten Kugeln gelten folgende Vorgaben:
- Die Masse beträgt 7 257 g.
 - Der Durchmesser der Kugel liegt zwischen 11 cm und 13 cm.

Eine Messing-Eisen-Legierung hat eine Dichte von $8,2 \text{ g/cm}^3$.

Die Masse m ist das Produkt aus Volumen V und Dichte ρ , also $m = V \cdot \rho$.

- 1) Überprüfen Sie nachweislich, ob man aus dieser Messing-Eisen-Legierung eine Kugel herstellen kann, die diese Vorgaben erfüllt.

Möglicher Lösungsweg

a1) Steigung k der linearen Funktion f : $k = \frac{0,34}{2,5} = 0,136$

$$f(t) = 0,136 \cdot t + 17,68$$

t ... Zeit in Jahren

$f(t)$... Weltrekordweite zur Zeit t in m

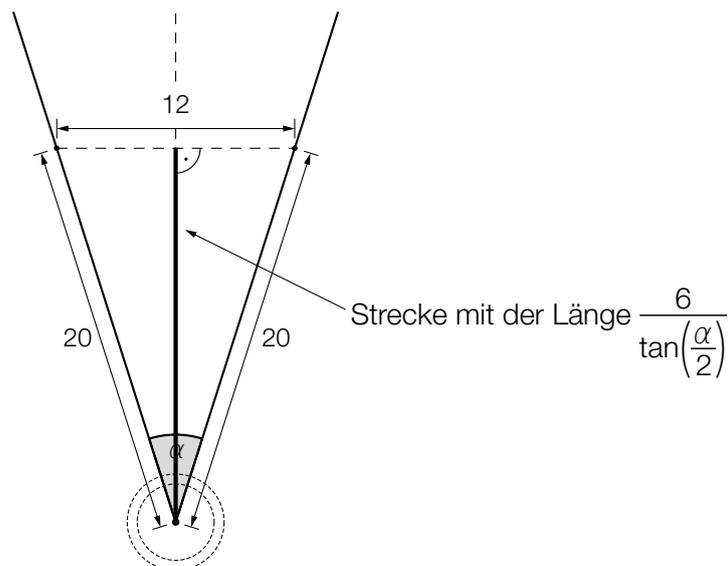
a2) $f(40) = 23,12$

Abweichung: $23,12 - 23,06 = 0,06$

Die Abweichung beträgt 0,06 m.

b1) $\alpha = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{6}{20}\right) = 34,915\dots^\circ \approx 34,92^\circ$

b2)



c1) Die Kugel wird in einer Höhe von 2 m abgestoßen.

c2) $h(x) = 0$

oder:

$$-0,05 \cdot x^2 + 0,75 \cdot x + 2 = 0$$

Berechnung mittels Technologieinsatz:

$$x_1 = 17,310\dots$$

$$(x_2 = -2,310\dots)$$

Die Kugel schlägt in einer horizontalen Entfernung von rund 17,31 m auf dem Boden auf.

$$\text{d1) } 7257 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot 8,2$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{7257 \cdot 3}{8,2 \cdot 4 \cdot \pi}} = 5,95\dots$$

$$d = 2 \cdot r = 11,91\dots$$

Der Durchmesser einer derartigen Kugel beträgt rund 11,9 cm und liegt im angegebenen Bereich.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung
1 × B: für das richtige Ermitteln der Abweichung
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung des Winkels α
1 × C: für das richtige Markieren der Strecke
- c) 1 × C: für das richtige Angeben der Abstoßhöhe
1 × B: für das richtige Ermitteln der Stoßweite
- d) 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung