

Kinderspielplatz (2)

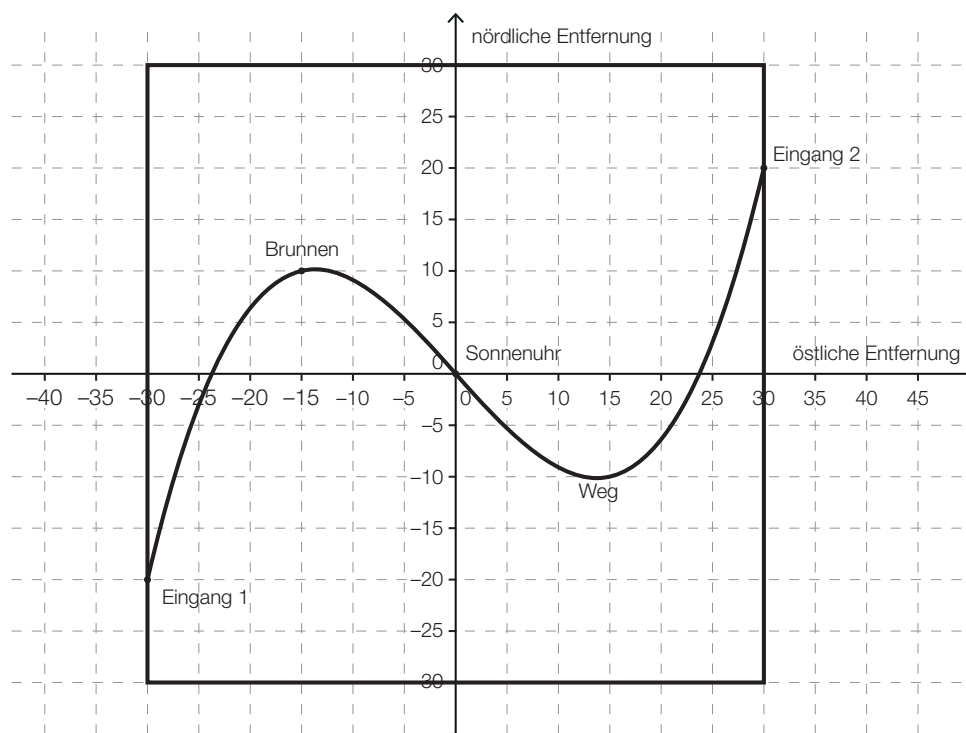
Aufgabennummer: B_156

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Ein quadratischer Kinderspielplatz soll neu angelegt werden. In der Mitte des Kinderspielplatzes ist eine große Sonnenuhr, ein Brunnen ist bereits vorhanden. Wie in der nachstehenden Abbildung zu sehen ist, soll ein Weg vom Eingang 1 zum Brunnen führen, weiter zur Sonnenuhr und von dort zum Eingang 2.



- a) Der Weg kann durch eine Polynomfunktion f dritten Grades modelliert werden.

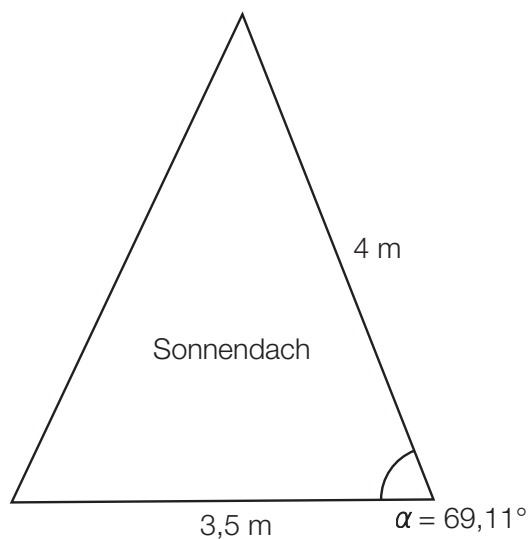
$$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

x ... Entfernung von der Sonnenuhr in östlicher Richtung in Metern (m)

$f(x)$... Entfernung von der Sonnenuhr in nördlicher Richtung in m

- Stellen Sie dasjenige lineare Gleichungssystem auf, mit dem man die Koeffizienten a , b , c und d der Polynomfunktion berechnen kann. (Entnehmen Sie die notwendigen Informationen der Abbildung.)
- Lösen Sie das Gleichungssystem.
- Zeigen Sie, dass der Wendepunkt der Polynomfunktion f genau an der Stelle der Sonnenuhr liegt.

- b) Die Funktion A mit $A(d) = \frac{d^2}{2}$ beschreibt den funktionalen Zusammenhang zwischen dem Flächeninhalt des quadratischen Spielplatzes und dessen Diagonale.
Ein Mitarbeiter behauptet: „Wenn wir den Flächeninhalt des Spielplatzes verdoppeln wollen, müssen wir die Diagonale verdoppeln.“
- Überprüfen Sie, ob die Behauptung des Mitarbeiters richtig ist.
- c) Ein Kind läuft außerhalb des Weges geradlinig vom Eingang 1 zur Sonnenuhr (0|0) und dann zum Brunnen (-15|10).
- Stellen Sie eine Formel auf, mit der die geradlinige Entfernung zwischen der Sonnenuhr und dem Brunnen berechnet werden kann.
 - Berechnen Sie die Entfernung, die das Kind läuft.
- d) Um den Kindern im Sommer einen Schatten bieten zu können, wird ein dreieckiges Sonnendach angebracht. Für die Produktion des Sonnendachs rechnet man mit 10 % Verschnitt. 1 m² des verwendeten Stoffes kostet € 11,95.



- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Sonnendaches.
- Berechnen Sie die Kosten des Stoffes für das Sonnendach.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) $(-30|-20)$ einsetzen liefert I: $-20 = (-30)^3 \cdot a + (-30)^2 \cdot b + (-30) \cdot c + d$
 $(-15|10)$ einsetzen liefert II: $10 = (-15)^3 \cdot a + (-15)^2 \cdot b + (-15) \cdot c + d$
 $(0|0)$ einsetzen liefert III: $0 = d$
 $(30|20)$ einsetzen liefert IV: $20 = 30^3 \cdot a + 30^2 \cdot b + 30 \cdot c + d$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$a \approx 0,001975$$

$$b = 0$$

$$c \approx -1,1111$$

$$d = 0$$

Im Wendepunkt muss $f''(x)$ gleich null sein.

$$f''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$$

Da $b = 0$ ist, ergibt Einsetzen von $x = 0$ für $f''(x)$ null.

- b) Behauptung: $A(2d) = 2A(d)$

$$A(2d) = \frac{(2d)^2}{2} = \frac{4d^2}{2} = 4 \cdot \frac{d^2}{2} = 4A(d)$$

Also ist die Behauptung falsch. Der Flächeninhalt wird vervierfacht, wenn die Diagonale verdoppelt wird.

Jede Begründung, dass durch das Verdoppeln der Diagonale eine Vervierfachung entsteht, ist richtig.

- c) Länge zwischen Brunnen und Sonnenuhr: $l = \sqrt{(-15)^2 + 10^2}$

$$\text{Gesamtlänge in Metern: } 36,06 + 18,03 = 54,09$$

- d) Flächeninhalt des Sonnendaches in m^2 :

$$\frac{h}{4} = \sin(69,11^\circ) \Rightarrow h = 3,737\dots$$

$$A = \frac{3,5 \cdot h}{2} = 0,6539\dots \approx 6,54$$

Der Flächeninhalt des Sonnendaches beträgt rund $6,54 \text{ m}^2$.

Kosten des Stoffes:

$$A \cdot 1,1 \cdot 11,95 = 85,966\dots \approx 85,97$$

Die Kosten des Stoffes für das Sonnendach betragen rund € 85,97.

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 2 Algebra und Geometrie
- d) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) A Modellieren und Transferieren
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren, B Operieren und Technologieeinsatz
- b) —
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) leicht
- d) leicht

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 1
- c) 2
- d) 2

Thema: Sonstiges

Quelle: <http://www.esvocampingshop.com/de/zeltstoff-de/sonnensegelstoff-de.html>