Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Joghurt

Aufgabennummer: A_138

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

a) Für die Herstellung von Joghurt werden Milchsäurebakterien verwendet. Das Wachstum der Milchsäurebakterien kann durch die folgende Funktion N beschrieben werden:

$N(t) = 20 \cdot 1{,}02337^t$

t ... Zeit in min
$N(t)$ ... Bakterienmasse zur Zeit t in Mikrogramm (μg)

– Geben Sie das prozentuelle Wachstum pro Minute an.
– Berechnen Sie die Masse der Bakterien nach 1 Stunde. Geben Sie das Ergebnis in Gramm in der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ an.
– Begründen Sie, warum der nachstehend dargestellte Rechenschritt falsch ist.

$$\frac{a}{20} = 1{,}02337^t$$

$$\frac{\log(a)}{\log(20)} = t \cdot \log(1{,}02337)$$

b) Die Gesamtkosten für die Produktion von 2 verschiedenen Joghurtsorten werden durch die Funktionen K_1 und K_2 beschrieben.

$K_1(x) = 0{,}4 \cdot x + 270$
$K_2(x) = 0{,}001125 \cdot x^2 + 0{,}125 \cdot x + 200$

x ... produzierte Menge in ME, $x \geq 0$
$K_1(x)$ ... Gesamtkosten bei Sorte 1 bei der Produktionsmenge x in GE
$K_2(x)$ ... Gesamtkosten bei Sorte 2 bei der Produktionsmenge x in GE

– Ermitteln Sie die Koordinaten des Schnittpunkts der Graphen von K_1 und K_2.
– Interpretieren Sie die Koordinaten des Schnittpunkts im gegebenen Sachzusammenhang.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Die Masse der Bakterien wächst um 2,337 % pro Minute.

$N(60) = 20 \cdot 1{,}02337^{60} = 79{,}9... \approx 80$
80 µg = 0,000080 g = $8 \cdot 10^{-5}$ g

Nach 1 h sind rund $8 \cdot 10^{-5}$ g vorhanden.

Bei $\frac{\log(a)}{\log(20)} = t \cdot \log(1{,}02337)$ wurden die logarithmischen Rechenregeln falsch angewendet.
Die linke Seite der Gleichung muss lauten: $\log\left(\frac{a}{20}\right)$ bzw. $\log(a) - \log(20)$

b) $0{,}4 \cdot x + 270 = 0{,}001125 \cdot x^2 + 0{,}125 \cdot x + 200$
Lösung mittels Technologieeinsatz: ($x_1 = -155{,}56$)
$x_2 = 400$

$K_1(400) = 430 \quad \Rightarrow \quad$ Schnittpunkt: $S = (400|430)$

Die 1. Koordinate des Schnittpunkts gibt diejenige Produktionsmenge (400 ME) an, bei der die Gesamtkosten bei beiden Sorten gleich hoch sind. Die 2. Koordinate des Schnittpunkts gibt diese Gesamtkosten (430 GE) an.

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 3 Funktionale Zusammenhänge
b) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

a) 1 Zahlen und Maße
b) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

a) C Interpretieren und Dokumentieren, D Argumentieren und Kommunizieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:	Punkteanzahl:
a) mittel	a) 3
b) leicht	b) 2

Thema: Sonstiges

Quellen: –