

Im Winter

Aufgabennummer: A_114

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

- a) Aus drei unterschiedlich großen Schneekugeln wird ein Schneemann gebaut. Der Radius der untersten Kugel ist um 10 % größer als jener der mittleren Kugel. Der Radius der obersten Kugel ist um 10 % kleiner als jener der mittleren Kugel. Das Verhältnis des Volumens der untersten Kugel V_u zu jenem der obersten Kugel V_o kann auf verschiedene Arten angegeben werden:

als ganzzahliges Verhältnis: $V_u : V_o =$:

als Verhältnis in Bezug auf 1: $V_u : V_o = 1 :$

– Ergänzen Sie in den oben angegebenen Verhältnissen jeweils die fehlenden Zahlen.

- b) Zwischen der Temperatur in der Einheit Grad Celsius ($^{\circ}\text{C}$) und der Temperatur in der Einheit Grad Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) besteht ein linearer Zusammenhang. Ein Thermometer, das die Temperatur in beiden Einheiten anzeigt, zeigt an einem Wintertag zu verschiedenen Zeitpunkten folgende Werte:

$^{\circ}\text{C}$ $^{\circ}\text{F}$ $^{\circ}\text{C}$ $^{\circ}\text{F}$

f ... Temperatur in der Einheit $^{\circ}\text{F}$

c ... Temperatur in der Einheit $^{\circ}\text{C}$

- Argumentieren Sie unter Verwendung der angezeigten Werte, dass zwischen c und f kein direkt proportionaler Zusammenhang bestehen kann.
– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung von f aus c .

$f =$ _____

c) Die Funktion h beschreibt näherungsweise das Höhenprofil einer Skipiste:

$$h(x) = -0,0625 \cdot x^3 + 0,375 \cdot x^2 - 0,025 \cdot x$$

x ... waagrechte Entfernung von der Mittelstation in 100 m, mit $0 \leq x \leq 4$

$h(x)$... Höhe über der Mittelstation in der waagrecht Entfernung x in 100 m

An der steilsten Stelle der Piste möchte man ein Warnschild für Schifahrer/innen anbringen.

- Berechnen Sie, wie viele Höhenmeter oberhalb von der Mittelstation diese Stelle liegt.
- Überprüfen Sie nachweislich, ob die Piste an der steilsten Stelle einen Neigungswinkel von über 30° aufweist.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Radius der mittleren Kugel ... r
 Radius der untersten Kugel ... $1,1 \cdot r$
 Radius der obersten Kugel ... $0,9 \cdot r$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$\frac{V_u}{V_o} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1,1 \cdot r)^3}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (0,9 \cdot r)^3} = \frac{1,1^3}{0,9^3} = \frac{1,331}{0,729} = \frac{1331}{729}$$

$$\frac{1331}{729} = \frac{1}{\frac{729}{1331}} = \frac{1}{0,547...}$$

$$V_u : V_o = \boxed{1331} : \boxed{729}$$

$$V_u : V_o = 1 : \boxed{0,547...}$$

- b) Ein direkt proportionaler Zusammenhang zwischen zwei Größen besteht dann, wenn jede Verdoppelung der einen Größe auch zu einer Verdoppelung der anderen Größe führt. Im vorliegenden Fall hat sich c verdoppelt, f jedoch nicht. Daher kann kein direkt proportionaler Zusammenhang vorliegen.

$$f = 1,8 \cdot c + 32$$

- c) $h'(x) = -0,1875 \cdot x^2 - 0,75 \cdot x - 0,025$
 $h''(x) = -0,375 \cdot x + 0,75$

$$h''(x) = 0 \Rightarrow -0,375 \cdot x + 0,75 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$h(2) = 0,95$$

Die steilste Stelle liegt 95 Höhenmeter über der Mittelstation.

$$h'(2) = 0,725$$

$$\arctan(0,725) = 35,9...^\circ$$

Der Neigungswinkel an der steilsten Stelle beträgt rund 36° und ist daher größer als 30° .

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) 1 Zahlen und Maße
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Schwierigkeitsgrad: **Punkteanzahl:**

- | | |
|-----------|------|
| a) mittel | a) 2 |
| b) mittel | b) 2 |
| c) mittel | c) 2 |

Thema: Sonstiges

Quellen: —