

Höhentraining

Aufgabennummer: A_202

Technologieeinsatz: möglich erforderlich

Eine Nachwuchsfußballmannschaft führte ein Experiment durch, bei dem die eine Hälfte der Mannschaft ein Trainingslager auf Meeresniveau und die andere Hälfte der Mannschaft ein Höhentrainingslager absolvierte.

- a) Nach der Rückkehr vom Trainingslager mussten beide Gruppen mehrere Tests absolvieren. Bei einem Querfeldeinlauf wurden die Zeiten verglichen und statistisch ausgewertet:



- Vergleichen Sie die beiden Boxplots in Bezug auf die Zeit des schnellsten Läufers und die Spannweite.

Leo behauptet: „Etwa 50 % der Teilnehmer des Trainings auf Meeresniveau hatten eine kürzere Laufzeit als 23 Minuten.“

- Überprüfen Sie anhand des passenden Boxplots, ob diese Aussage richtig ist.

- b) Der Median und der arithmetische Mittelwert sind statistische Kenngrößen.

- Erklären Sie allgemein den Unterschied zwischen dem Median und dem arithmetischen Mittelwert. (Gehen Sie dabei auf die Art der Berechnung und auf den Einfluss von Ausreißerwerten ein.)

- c) Bei einem 100-m-Lauf waren die Ergebnisse annähernd normalverteilt. Der Erwartungswert lag bei 11,9 Sekunden mit einer Standardabweichung von 0,3 Sekunden.

- Ermitteln Sie diejenige Zeit, die man höchstens laufen durfte, um zu den besten 10 % der Gruppe zu gehören.

d) Um die Treffsicherheit unter Belastung zu testen, musste ein Ball nach Überwindung einiger Hindernisse in einer Torwand versenkt werden. Einer der besten Spieler der Mannschaft erzielte bei diesem Test eine Treffsicherheit von 70 %.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Spieler bei 10 Versuchen mindestens 8-mal den Ball in der Torwand versenken kann.
- Geben Sie die für diese Problemstellung passende Wahrscheinlichkeitsverteilung an.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) – Gruppe *Meeresniveau*:

Die schnellste Zeit betrug 20 Minuten, die langsamste Zeit 26 Minuten. Somit ist die Spannweite 6 Minuten.

Gruppe *Höhentraining*:

Die schnellste Zeit betrug 19,5 Minuten, die langsamste Zeit 25,5 Minuten. Somit ist die Spannweite 6 Minuten.

– Die Aussage von Leo ist nicht richtig. Bei einer Laufzeit von 23 Minuten liegt das untere Quartil. Daher haben nur etwa 25 % der Teilnehmer des Camps auf Meeresniveau eine kürzere Laufzeit als 23 Minuten.

b) Unterschied *arithmetischer Mittelwert – Median*:

– *Arithmetischer Mittelwert*: Hier werden alle Werte addiert und das Ergebnis wird durch die Anzahl der Werte dividiert. Daher fallen hier Ausreißer ins Gewicht.

– *Median*: Der Median einer Anzahl von Werten ist die Zahl, die an der mittleren Stelle steht, wenn man die Werte nach Größe sortiert. Die Werte auf beiden Seiten des Medians werden sonst nicht berücksichtigt. Der Median reagiert daher nicht auf Ausreißer.

c) $\mu = 11,9$ $\sigma = 0,3$

$$P(X \leq u) = 0,1$$

$$\Phi\left(\frac{u - \mu}{\sigma}\right) = 0,1$$

$$\Phi\left(\frac{\mu - u}{\sigma}\right) = 0,9$$

$$u = \mu - 1,2816 \cdot \sigma = 11,51$$

Man darf höchstens 11,51 s laufen, um zu den besten 10 % der Gruppe zu gehören.

- d) Wahrscheinlichkeit für einen Treffer: $p = 0,7$
Wahrscheinlichkeit für keinen Treffer: $q = 0,3$

X ... Anzahl der Treffer

„Mindestens 8 Mal treffen“ bedeutet entweder 8 Treffer oder 9 Treffer oder 10 Treffer.

$$P(X = 8) = 0,7^8 \cdot 0,3^2 \cdot \binom{10}{8} = 0,2335$$

$$P(X = 9) = 0,7^9 \cdot 0,3 \cdot \binom{10}{9} = 0,1211$$

$$P(X = 10) = 0,7^{10} = 0,0282$$

$$P(X \geq 8) = P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10) = 0,2335 + 0,1211 + 0,0282 = 0,3828$$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt 38,28 %.

Die Binomialverteilung ist das richtige Modell.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Ablesen der Spannweiten und der schnellsten Zeit
1 × D: für die richtige Erklärung, dass Leos Aussage falsch ist
- b) 1 × C: für die richtige Beschreibung der Berechnungsart
1 × D: für die richtige Erklärung des Einflusses von Ausreißern
- c) 1 × B: für die richtige Berechnung der gesuchten Zeit
- d) 1 × A: für das Erkennen bzw. Nennen des richtigen Modells
1 × B: für die Berechnung der richtigen Wahrscheinlichkeit