

# Getränkeproduktion

Aufgabennummer: B\_147

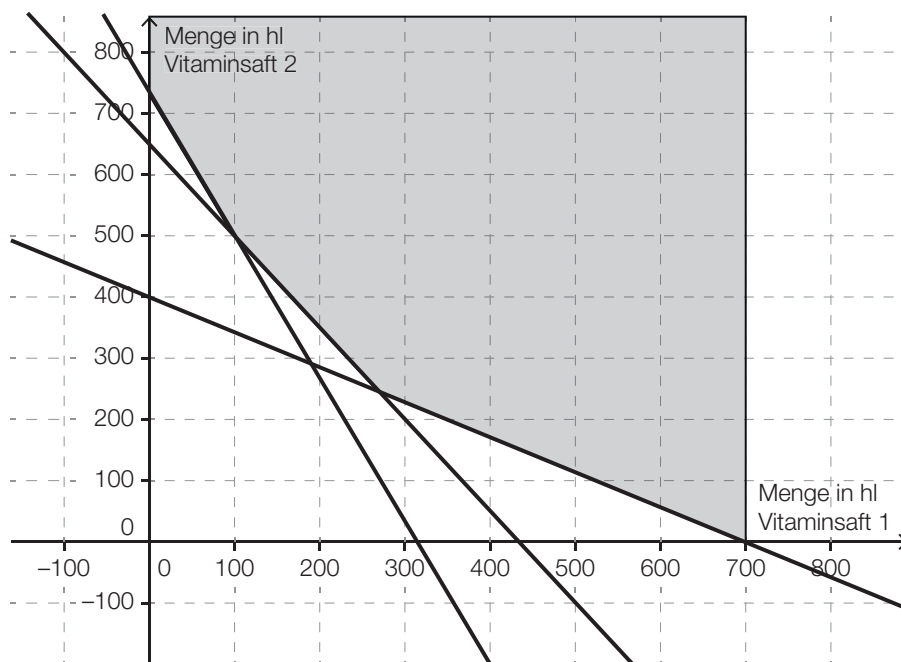
Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Ein Getränkehersteller produziert verschiedene Fruchtsäfte.

- a) Das Unternehmen stellt zwei Sorten von Nektar her. Sorte 1 enthält 60 % Kirschsafte und 25 % Apfelsafte, Sorte 2 enthält 40 % Kirschsafte und 45 % Apfelsafte. Man hat maximal 400 Hektoliter (hl) Kirschsafte und 310 hl Apfelsafte zur Verfügung.
- Übertragen Sie die Anteile und die jeweiligen Maximalmengen der beiden Sorten in eine Tabelle.
  - Erstellen Sie ein Ungleichungssystem, das den Bereich der möglichen Herstellungsmengen der beiden Sorten beschreibt.
  - Stellen Sie den Lösungsbereich des Ungleichungssystems in einem Koordinatensystem grafisch dar.
- b) Das Unternehmen stellt aus 2 hochwertigen Vitamingetränken eine neue Mischung her, die bestimmte Mindestmengen von 3 Inhaltsstoffen enthalten muss. Die in der nachstehenden Grafik dargestellte Lösungsmenge erfüllt diese Bedingungen. Der 1. Vitaminsafte kostet dem Unternehmen € 300 pro hl, der 2. Safte € 150 pro hl.



Die neue Mischung soll möglichst kostengünstig sein.

- Stellen Sie die Zielfunktion  $K$  für die Kosten auf.
- Zeichnen Sie die Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in die obige Grafik ein.
- Ermitteln Sie, für welche Mischung die Kosten minimal sind.
- Berechnen Sie die minimalen Kosten.

c) Die Säfte werden auf 2 Maschinen in Flaschen abgefüllt. Die Füllmenge pro Flasche kann als annähernd normalverteilt angenommen werden. Zum Ausschuss zählen diejenigen Flaschen, die die jeweils tolerierte Mindestfüllmenge unterschreiten.

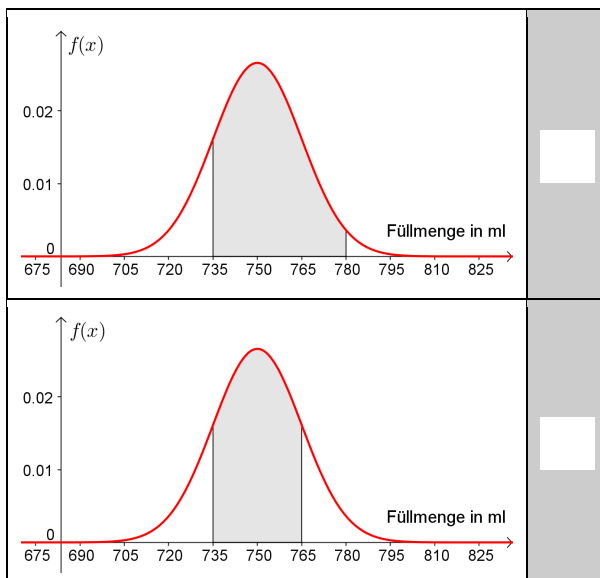
Die Füllmenge an der 1. Maschine weist einen Erwartungswert von 750 Millilitern (ml) und eine Standardabweichung von 15 ml auf. Der Ausschuss an der 1. Maschine beträgt erfahrungsgemäß 2,5 %.

Die 2. Maschine füllt ebenfalls mit einem Erwartungswert von 750 ml ab, aber mit einer Standardabweichung von 10 ml.

- Berechnen Sie die tolerierte Mindestfüllmenge an der 1. Maschine.
- Argumentieren Sie, welche der beiden Maschinen weniger Ausschussware produziert, wenn man von der gleichen Mindestfüllmenge für beide Maschinen ausgeht.

Die nachstehenden Grafiken zeigen Wahrscheinlichkeiten für Füllmengenbereiche von Maschine 1.

- Ordnen Sie den beiden grafischen Darstellungen jeweils die zutreffende Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu. [2 zu 4]



A	$P(X \geq \mu - \sigma)$
B	$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$
C	$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$
D	$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

a)

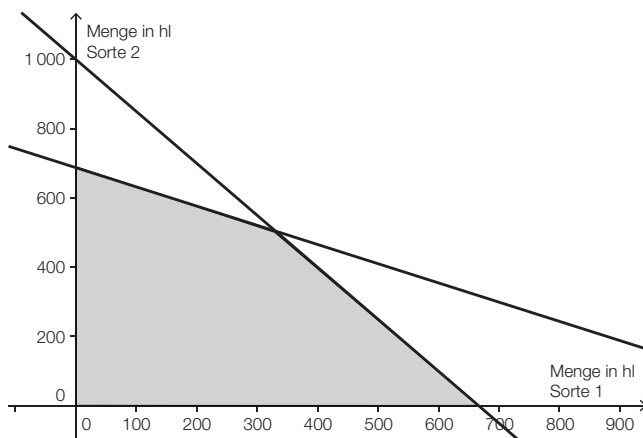
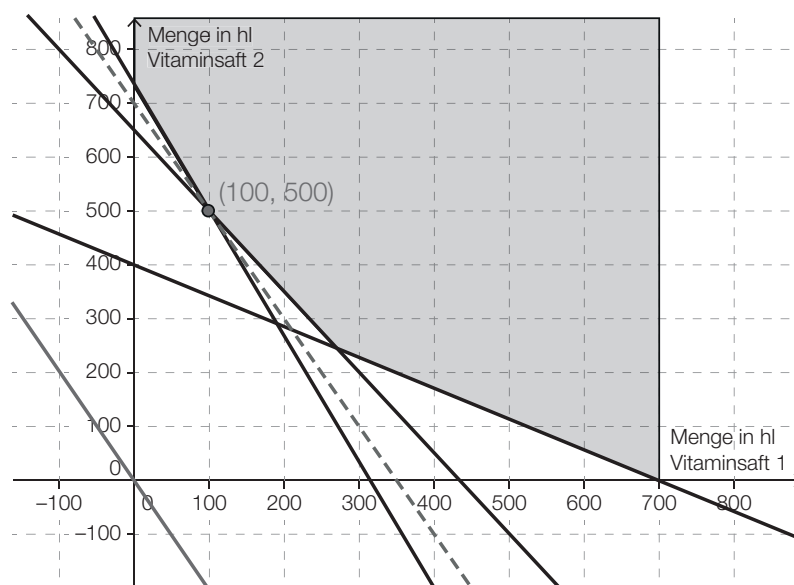
	Kirschsft	Apfelsft
Sorte 1 (x hl)	60 %	25 %
Sorte 2 (y hl)	40 %	45 %
Maximalmenge	400 hl	310 hl

I:  $0,6x + 0,4y \leq 400$

II:  $0,25x + 0,45y \leq 310$

III:  $x \geq 0$

IV:  $y \geq 0$

b)  $K(x, y) = 300x + 150y$  ... Zielfunktion

100 hl Vitaminsaft 1 gemischt mit 500 hl Vitaminsaft 2 sind am günstigsten.

$$K_{\min} = 300 \cdot 100 + 150 \cdot 500$$

Die minimalen Kosten betragen € 105.000.

c) Lösung mittels Technologie oder über die folgende Gleichung:

$$P(X \leq a) = 0,025$$

$$\Phi\left(\frac{a-750}{15}\right) = 0,025$$

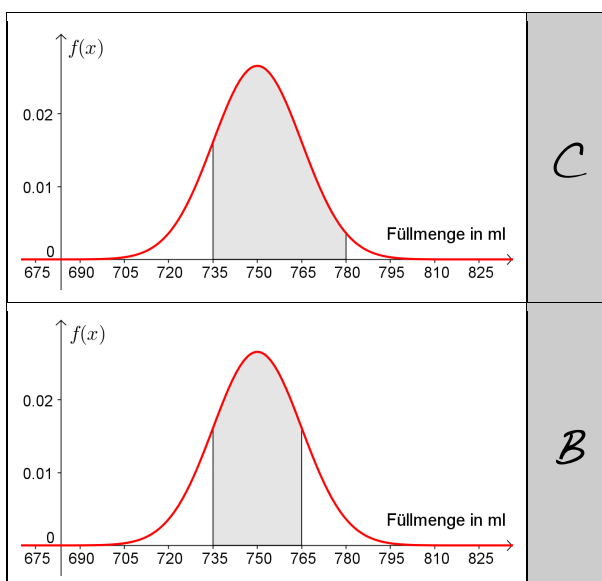
$$a = \Phi^{-1}(0,025) \cdot 15 + 750$$

$$a = -1,96 \cdot 15 + 750 \approx 720,605\dots$$

Die Mindestfüllmenge beträgt rund 721 ml.

Bei gleicher Mindestfüllmenge der 2. Maschine, aber einer geringeren Standardabweichung bedeutet das, dass die Dichtefunktion steiler und schmaler verläuft. Unterhalb der Mindestfüllmenge und oberhalb der maximal zulässigen Füllmenge ist die Fläche jeweils kleiner.

Daher füllt die 2. Maschine präziser ab als die 1. Maschine.



A	$P(X \geq \mu - \sigma)$
B	$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$
C	$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$
D	$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$

## Klassifikation

Teil A             Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) A Modellieren und Transferieren, C Interpretieren und Dokumentieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren, B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 4
- c) 3

Thema: Wirtschaft

Quellen: —