

Geländewagen

Aufgabennummer: A_053

Technologieeinsatz: möglich erforderlich

Ein Geländewagen fährt auf einer Bergstraße. Die Messwerte für ein Bergstraßenprofil sind in folgender Tabelle festgehalten:

x in km	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
g(x) in km	0	0,04	0,09	0,15	0,2	0,23

x ... horizontale Entfernung vom Ausgangspunkt in Kilometern (km)

g(x) ... Höhenunterschied zum Ausgangspunkt an der Stelle x in Kilometern (km)

- a) – Ermitteln Sie anhand der gegebenen Daten die durchschnittlichen Steigungen der einzelnen Abschnitte.
 – Erläutern Sie, welche Bedingungen gegeben sein müssen, damit ein Geländewagen, der eine Steigung von bis zu 30 % schafft, den Berg hinaufkommt.
- b) Das Bergstraßenprofil wird im Intervall [0 km; 1 km] durch die Funktion f modelliert.

$$f(x) = -0,35x^3 + 0,45x^2 + 0,075x + 0,0075$$

x ... horizontale Entfernung vom Ausgangspunkt in km

f(x) ... Höhenunterschied zum Ausgangspunkt an der Stelle x in km

- Stellen Sie die Daten der obigen Tabelle und den Graphen der Funktion f in einem kartesischen Koordinatensystem dar.
 – Prüfen Sie anhand der Grafik, ob das Funktionsmodell zu den in der obigen Tabelle gegebenen Daten passt.

- c) Das Bergstraßenprofil kann im Intervall [0 km; 1 km] sehr gut durch folgende Funktion modelliert werden:

$$f(x) = -0,3x^3 + 0,45x^2 + 0,075x + 0,0075$$

x ... horizontale Entfernung vom Ausgangspunkt in km

f(x) ... Höhenunterschied zum Ausgangspunkt an der Stelle x in km

Folgende Berechnung wird durchgeführt:

$$f(x) = -0,3x^3 + 0,45x^2 + 0,075x + 0,0075$$

$$f'(x) = -0,9x^2 + 0,9x + 0,075$$

$$f''(x) = -1,8x + 0,9$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0,5$$

$$f'(x_1) = 0,3$$

- Erläutern Sie die durchgeführten Rechenschritte.
 – Erklären Sie, was mithilfe dieser Rechnung in Bezug auf einen bergauf fahrenden Geländewagen ermittelt wird.

Hinweis zur Aufgabe:

Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

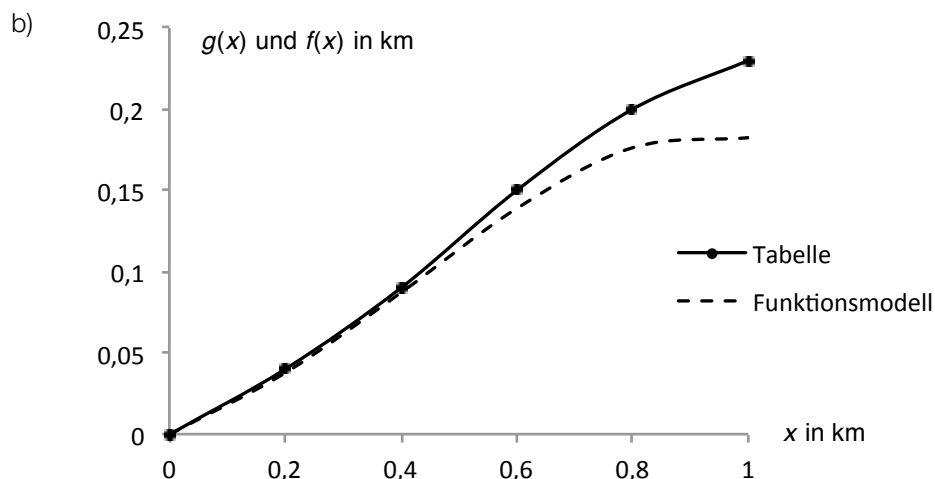
- a) Aus der Tabelle werden die Steigungen der einzelnen Abschnitte ermittelt.

$$k = \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} \text{ mit } \Delta x = 0,2 \text{ km}$$

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
0,2	0,25	0,3	0,25	0,15

Der Geländewagen kommt den Berg hinauf, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- Die Steigung im 3. Abschnitt ist konstant.
- Die Steigung in den anderen Abschnitten ist nirgends größer als 0,3.



Das Funktionsmodell beschreibt die Daten der Tabelle im Intervall $[0 \text{ km}; 0,5 \text{ km}]$ ganz gut. Danach ist der Anstieg der Funktion f kleiner als bei den Daten aus der Tabelle, d. h., der nach 1 km zu überwindende Höhenunterschied wäre laut Modell zu gering. Die Funktion f hat außerdem bei $x = 0,93 \text{ km}$ ein lokales Maximum, d. h., sie fällt anschließend, was ebenfalls nicht den Daten in der Tabelle entspricht.

- c) Es wurde die Funktion f 2-mal differenziert und die 2. Ableitung null gesetzt. Man erhält jene x -Werte der Funktion f , an denen die Steigung (in diesem Fall) maximal ist.

$$f'(x) = 0,3$$

Der Wert 0,3 gibt die maximale Steigung der Funktion f an. Die maximale Steigung, die das Geländeauto zu überwinden hat, beträgt somit 30 %.

Klassifikation

Teil A

Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) schwer
- b) mittel
- c) schwer

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2
- c) 2

Thema: Bewegungsaufgabe

Quellen: —