

# Fußball\*

Aufgabennummer: A\_219

Technologieeinsatz:                      möglich                       erforderlich

Jedes Wochenende fiebern tausende Zuschauer/innen in den Stadien bei den Spielen der Fußball-Bundesliga mit ihren Mannschaften mit.

- a) Um nach der Hälfte der Spiele einer Fußballsaison in der österreichischen Bundesliga die voraussichtliche Punktezahl einer Mannschaft am Saisonende schätzen zu können, wurde folgende Formel entwickelt:

$$P = \frac{T^{1,32}}{T^{1,32} + G^{1,32}} \cdot 36 \cdot 2,753$$

$T$  ... geschossene Tore in der ersten Saisonhälfte

$G$  ... erhaltene Tore (Gegentore) in der ersten Saisonhälfte

$P$  ... voraussichtliche Punktezahl am Saisonende

*Sturm Graz* hat in der Saison 2013/14 in der ersten Saisonhälfte 25 Tore geschossen und 30 Tore erhalten.

Ein Fan will mit der angegebenen Formel die Punktezahl von *Sturm Graz* am Saisonende schätzen und tippt das Folgende in den Taschenrechner ein:

$$25^{1,32} : 25^{1,32} + 30^{1,32} \cdot 36 \cdot 2,753 = 8829,9\dots$$

- Beschreiben Sie, welcher Fehler dabei gemacht wurde.

*Sturm Graz* erreichte in der Saison 2013/14 in der ersten Saisonhälfte 19 Punkte und bis zum Saisonende insgesamt 48 Punkte.

- Überprüfen Sie nachweislich, ob die Punktezahl, die man mit der obigen Formel erhält, in diesem Fall den tatsächlichen Punktstand am Saisonende besser annähert als eine Verdoppelung der Punkte in der ersten Saisonhälfte.

In der Formel zur Berechnung der voraussichtlichen Punktezahl einer Mannschaft am Saisonende kommt der Ausdruck  $T^{1,32}$  vor.

- Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der zu diesem Ausdruck äquivalent (gleichwertig) ist. [1 aus 5]

|                       |                          |
|-----------------------|--------------------------|
| $T^{\frac{1}{32}}$    | <input type="checkbox"/> |
| $\sqrt[132]{T}$       | <input type="checkbox"/> |
| $\sqrt[100]{T^{132}}$ | <input type="checkbox"/> |

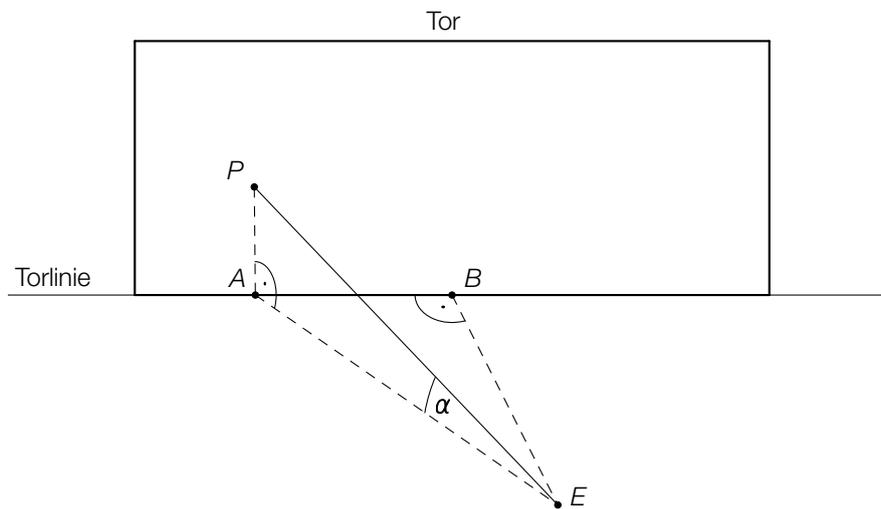
|                    |                          |
|--------------------|--------------------------|
| $\frac{1}{1,32^T}$ | <input type="checkbox"/> |
| $\frac{1}{T^{32}}$ | <input type="checkbox"/> |

b) Eine bestimmte Mannschaft verwandelt 80 % der Elfmeter (d. h. erzielt dabei ein Tor).

- Berechnen Sie unter der Annahme einer Binomialverteilung die Wahrscheinlichkeit, dass die Mannschaft genau 4 von 5 Elfmeter verwandelt.

c) Ein Fußballer steht am Elfmeterpunkt  $E$  und schießt den Ball unter einem Höhenwinkel von  $\alpha = 5^\circ$  ab. Der Ball (vereinfacht als punktförmig angenommen) überfliegt die Torlinie im Punkt  $P$ . Aufgrund der hohen Geschwindigkeit des Balls kann seine Flugbahn bis zum Punkt  $P$  näherungsweise als geradlinig angenommen werden.

Folgende Entfernungen sind bekannt:  $\overline{AB} = 3 \text{ m}$  und  $\overline{BE} = 11 \text{ m}$ .



- Berechnen Sie die Länge  $\overline{EP}$ .

Der Ball erreicht 0,4 Sekunden nach dem Abschuss im Punkt  $E$  den Punkt  $P$ .

- Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit des Balls in km/h.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

- a) Der Ausdruck  $25^{1,32} + 30^{1,32}$  wurde nicht eingeklammert.

Berechnung mithilfe der Formel:

$$25^{1,32} : (25^{1,32} + 30^{1,32}) \cdot 36 \cdot 2,753 = 43,6... \approx 44$$

Verdoppelung der Punkte nach der ersten Saisonhälfte:  $19 \cdot 2 = 38$

Die Zahl, die mit der Formel berechnet wurde, ist näher an der tatsächlichen Punkteanzahl als die Verdoppelung der Punkte in der ersten Saisonhälfte.

|                     |                                     |
|---------------------|-------------------------------------|
|                     |                                     |
|                     |                                     |
| $100\sqrt{T^{132}}$ | <input checked="" type="checkbox"/> |

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

- b)  $n = 5$  und  $p = 0,8$

$X$  ... Anzahl der verwandelten Elfmeter

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X = 4) = 0,4096$$

- c)  $\overline{AE}: \sqrt{3^2 + 11^2} = \sqrt{130}$

$$\overline{EP}: \cos(\alpha) = \frac{\overline{AE}}{\overline{EP}} \Rightarrow \overline{EP} = \frac{\sqrt{130}}{\cos(5^\circ)} = 11,445...$$

$$\overline{EP} \approx 11,45 \text{ m}$$

$$\frac{11,44... \text{ m}}{0,4 \text{ s}} = 28,61... \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 103 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × C1: für die richtige Beschreibung, welcher Fehler gemacht wurde  
 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung  
 1 × C2: für das richtige Ankreuzen
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
- c) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Länge  $\overline{EP}$   
 1 × B2: für die richtige Berechnung der mittleren Geschwindigkeit in km/h