

# Füllstandmessung\*

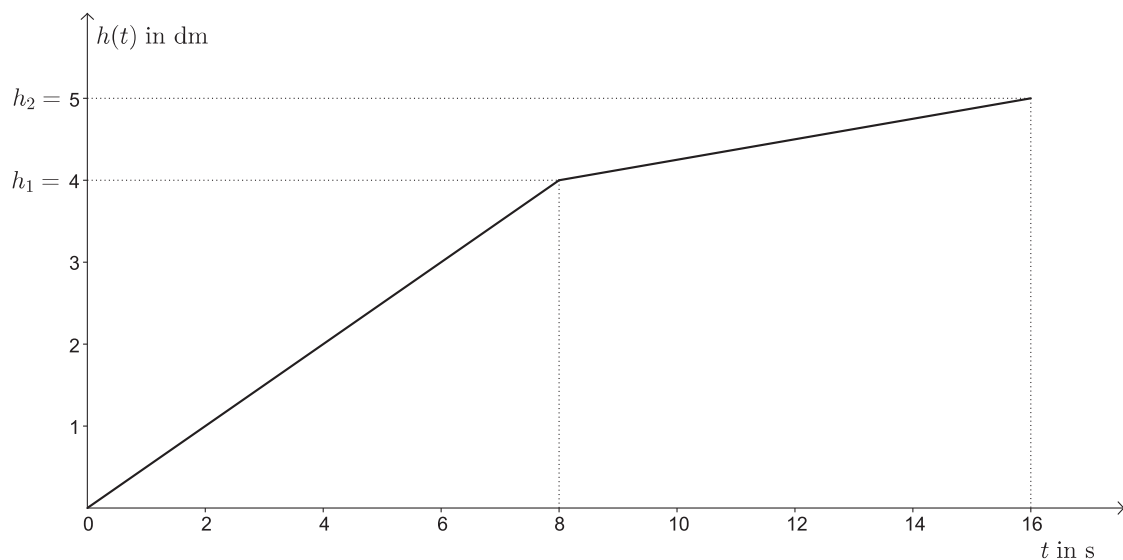
Aufgabennummer: A\_024

Technologieeinsatz:

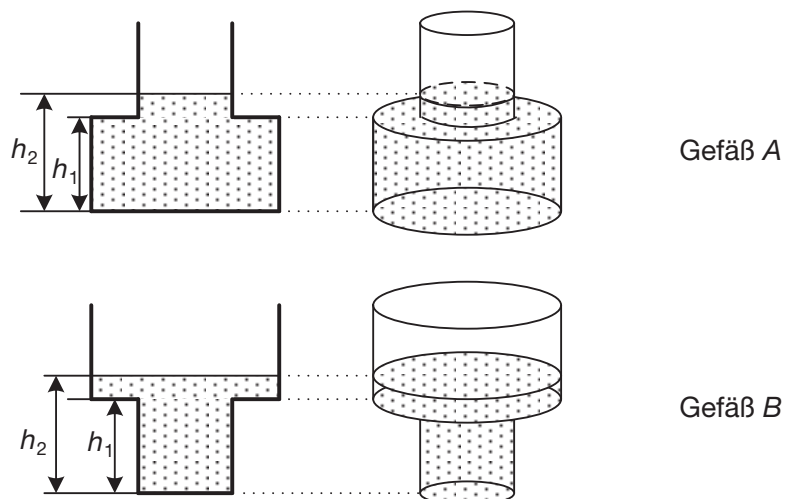
möglich

erforderlich

Ein Wasserauffanggefäß hat die Form zweier übereinandergestellter gleich hoher Zylinder. Es wird durch einen konstanten Zufluss von 1 Liter pro Sekunde befüllt. Der nachstehende Graph der Funktion  $h$  beschreibt die Füllhöhe des Gefäßes in Abhängigkeit von der Zeit.



Es stehen 2 Gefäße entsprechend der folgenden Abbildung zur Auswahl (Gefäß B entspricht dem „umgedrehten“ Gefäß A):



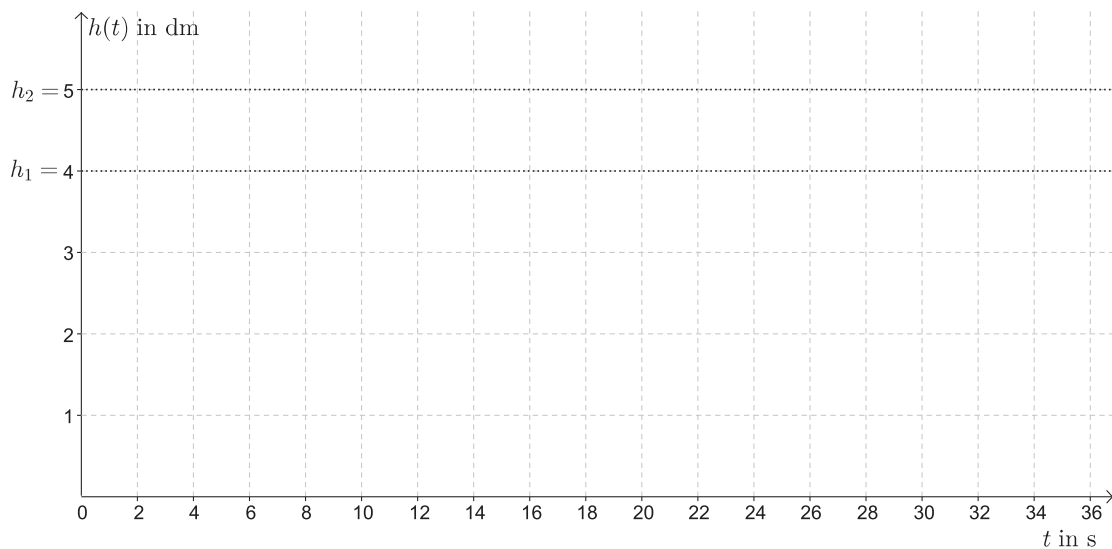
\* ehemalige Klausuraufgabe (Cluster 9)

- a) Der oben stehende Graph gibt die Füllhöhe  $h$  eines der beiden Gefäße richtig wieder.  
 – Begründen Sie, warum das Gefäß  $B$  zum angegebenen Graphen passt.
- b) Das Gefäß  $A$  wird mit demselben konstanten Zufluss bis zu einer Höhe von 5 dm befüllt.  
 Die Funktion  $h$  beschreibt die Füllhöhe des Gefäßes in Abhängigkeit von der Zeit.

$t$  ... Zeit in Sekunden (s)

$h(t)$  ... Füllhöhe zur Zeit  $t$  in Dezimetern (dm)

- Zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion in das unten stehende Koordinatensystem ein.



- c) Bei der Befüllung mit einem konstanten Zufluss von 1 Liter pro Sekunde wird der untere Zylinder des Gefäßes  $B$  innerhalb von 8 Sekunden bis zur Höhe  $h_1 = 4$  dm befüllt.

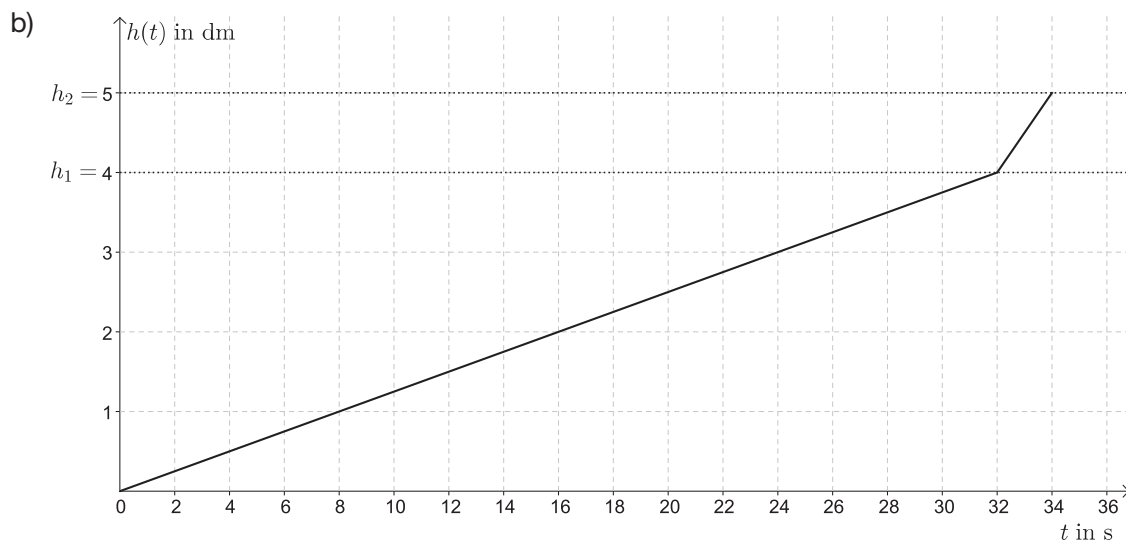
- Berechnen Sie den Radius dieses Zylinders.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

- a) Im Intervall  $[0; 8]$  steigt der Füllstand schneller als im Intervall  $[8; 16]$ . Bei einer kleinen Querschnittsfläche steigt der Füllstand schneller. Folglich wird bei dem dargestellten Füllprozess zuerst der Zylinder mit der kleineren Querschnittsfläche befüllt, also Gefäß  $B$ .



- c) Bei einem konstanten Zufluss von 1 Liter pro Sekunde sind nach 8 Sekunden insgesamt 8 Liter zugeflossen.

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$8 = r^2 \cdot \pi \cdot 4$$

$$r = \sqrt{\frac{2}{\pi}} = 0,79... \Rightarrow r \approx 0,8 \text{ dm}$$

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × D: für die richtige Begründung, warum das Gefäß  $B$  zum angegebenen Graphen passt  
 b) 1 × A1: für das richtige Einzeichnen des Graphen für den ersten Abschnitt (bis 32 s)  
 1 × A2: für das richtige Einzeichnen des Graphen für den zweiten Abschnitt (ab 32 s)  
 c) 1 × A: für den richtigen Ansatz (Volumen als Produkt von Zeit und Zufluss)  
 1 × B: für die richtige Berechnung des Radius