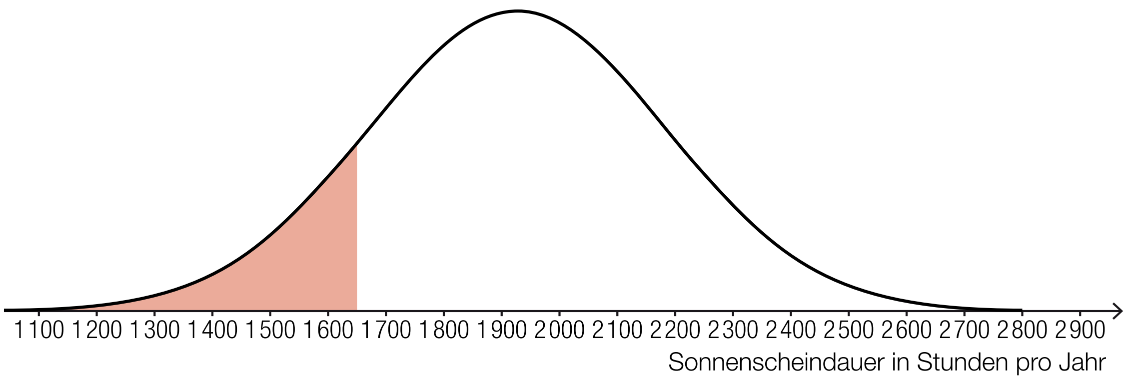
Freizeitparadies Schöckl

Aufgabennummer: A_145

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

a) Die jährliche Sonnenscheindauer am Schöckl, dem Hausberg der Grazer/innen, ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 1\,927$ Stunden pro Jahr und der Standardabweichung $\sigma = 258$ Stunden pro Jahr.

– Ermitteln Sie dasjenige um den Erwartungswert symmetrische Intervall, in dem die jährliche Sonnenscheindauer mit 90%iger Wahrscheinlichkeit liegt.
– Interpretieren Sie die in der nachstehenden Grafik gekennzeichnete Fläche unter dem Graphen der Dichtefunktion im gegebenen Sachzusammenhang.



b) Auf dem Plateau des Schöckls steht ein 96,5 m hoher Sendemast. Auf derselben Horizontalebene liegen auf einer Linie mit dem Fußpunkt des Sendemasts die zwei Beobachtungspunkte B_1 und B_2. Beobachtungspunkt B_1 liegt 150 m vom Fußpunkt des Sendemasts entfernt. Die Spitze des Sendemasts erscheint von B_1 unter dem Höhenwinkel α. B_2 liegt zwischen dem Fußpunkt des Sendemasts und B_1.

– Veranschaulichen Sie den beschriebenen Sachverhalt anhand einer geeigneten Skizze.
– Berechnen Sie, in welcher Entfernung vom Fußpunkt des Sendemasts sich der Beobachtungspunkt B_2 befinden muss, damit die Spitze des Sendemasts von dort unter dem Winkel $2 \cdot \alpha$ erscheint.

c) An einem Sommertag fahren sowohl Erwachsene als auch Kinder mit dem *Hexenexpress*, einer Rodelbahn am Schöckl.

a … Anzahl der verkauften Erwachsenentickets
b … Anzahl der verkauften Kindertickets
u … Preis für ein Erwachsenenticket in Euro
v … Preis für ein Kinderticket in Euro

– Interpretieren Sie den Ausdruck $\frac{b \cdot v}{a \cdot u + b \cdot v}$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Am darauffolgenden Tag fahren um 35 % mehr Kinder und um 10 % weniger Erwachsene mit dem Hexenexpress.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Gesamteinnahmen G dieses Tages.

$G =$ ________________________________

d) Die Flughöhe eines Paragleiters, der vom Schöckl startet, kann näherungsweise durch die Polynomfunktion H modelliert werden:

$H(t) = -0{,}007254 \cdot t^4 + 0{,}5245 \cdot t^3 - 13{,}101 \cdot t^2 + 95{,}3 \cdot t + 1\,440$ mit $2 \leq t \leq 20$

t … Zeit in min nach dem Start
$H(t)$ … Flughöhe zur Zeit t in m

– Dokumentieren Sie, wie man mithilfe der Differenzialrechnung ermitteln kann, nach welcher Zeit der Paragleiter seine maximale Höhe erreicht.
– Ermitteln Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem der Paragleiter am schnellsten an Höhe verliert.

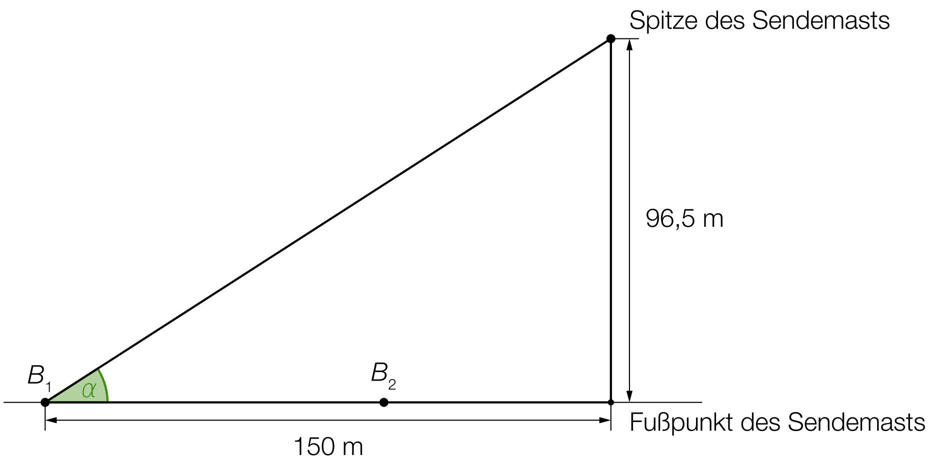
Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Berechnung des symmetrischen Intervalls mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad [1\,502{,}63;\ 2\,351{,}37]$
Die Sonnenscheindauer liegt mit 90%iger Wahrscheinlichkeit im Intervall [1 502,63; 2 351,37] Stunden.

Die gekennzeichnete Fläche repräsentiert die Wahrscheinlichkeit, dass die jährliche Sonnenscheindauer höchstens 1 650 Stunden beträgt.

b)



$\alpha = \arctan\left(\frac{96{,}5}{150}\right) = 32{,}75\ldots°$

$x = \frac{96{,}5}{\tan(2 \cdot 32{,}75\ldots°)} = 43{,}959\ldots$

Der Beobachtungspunkt B_2 ist rund 43,96 m vom Fußpunkt des Sendemasts entfernt.

c) Der Ausdruck gibt den relativen Anteil der Einnahmen durch den Verkauf von Kindertickets an den Tagesgesamteinnahmen durch den Ticketverkauf an.

$G = a \cdot 0{,}9 \cdot u + b \cdot 1{,}35 \cdot v$

d) Dazu muss die Maximumstelle der Funktion H ermittelt werden: Man berechnet die Nullstellen der 1. Ableitung H'. Dann berechnet man die Funktionswerte an diesen Stellen und den Randstellen des Definitionsbereichs. Die größte dieser Zahlen ist die maximale Flughöhe. Die Maximumstelle ist die Zeit, nach der der Paragleiter die maximale Flughöhe erreicht.

mittels Technologieeinsatz die Wendestelle von H berechnen: $H''(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 13{,}00\ldots$
Der Paragleiter verliert zum Zeitpunkt $t \approx 13$ min am schnellsten an Höhe.

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 5 Stochastik
b) 2 Algebra und Geometrie
c) 2 Algebra und Geometrie
d) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

a) —
b) —
c) —
d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) A Modellieren und Transferieren
c) C Interpretieren und Dokumentieren
d) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

a) C Interpretieren und Dokumentieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) A Modellieren und Transferieren
d) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

a) mittel
b) mittel
c) mittel
d) mittel

Punkteanzahl:

a) 2
b) 2
c) 2
d) 2

Thema: Freizeit

Quellen: ZMAG, Graz Holding