

Freier Fall eines Apfels

Aufgabennummer: A_181

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Ein Apfel fällt vom Baum auf den Boden. Die senkrechte Entfernung des frei fallenden Apfels vom Boden in Abhängigkeit von der Zeit t wird durch die Funktion h beschrieben:

$$h(t) = u - 5 \cdot t^2 \quad \text{mit} \quad u \in \mathbb{R} > 0$$

t ... Fallzeit in s

$h(t)$... Abstand des Apfels zur Zeit t zum Boden in m

- a) – Zeigen Sie, dass die Konstante u der Fallhöhe entspricht.
– Erstellen Sie eine Formel für die Berechnung der Fallzeit t_F des Apfels, wenn u bekannt ist.

$$t_F = \underline{\hspace{10cm}}$$

- b) Ein Apfel fällt aus einer Höhe von 15 m.

- Berechnen Sie den Betrag der mittleren Geschwindigkeit des Apfels für den Zeitraum $0,5 \text{ s} \leq t \leq 1,5 \text{ s}$.
– Beschreiben Sie, wie man vorgeht, um für einen bestimmten Zeitpunkt t_0 die Momentangeschwindigkeit zu erhalten.

- c) – Berechnen Sie den Betrag der Beschleunigung des Apfels.

- d) Der Luftwiderstand F_w , den der Apfel während seines Falls erfährt, lässt sich durch folgende Formel berechnen:

$$F_w = k \cdot v^2$$

F_w ... Luftwiderstand

k ... Konstante

v ... Geschwindigkeit des Apfels

– Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

Der Luftwiderstand F_w ist proportional zur Geschwindigkeit v .	<input type="checkbox"/>
Wird der Luftwiderstand F_w verdoppelt, vervierfacht sich die Geschwindigkeit v .	<input type="checkbox"/>
Der Luftwiderstand F_w ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit v .	<input type="checkbox"/>
Haben Luftwiderstand F_w und Geschwindigkeit v den gleichen Zahlenwert, so gilt $k = 1$.	<input type="checkbox"/>
Nimmt die Geschwindigkeit v um den Wert 1 zu, dann nimmt der Luftwiderstand um den Wert k zu.	<input type="checkbox"/>

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich der Apfel am höchsten Punkt (\triangleq Fallhöhe).

$$h(0) = u - 5 \cdot 0^2 = u$$

Ist der Apfel am Boden angelangt, gilt $h(t) = 0$.

$$0 = u - 5 \cdot t_F^2$$

$$t_F = \sqrt{\frac{u}{5}}$$

b) $\left| \frac{h(1,5) - h(0,5)}{1,5 - 0,5} \right| = \left| \frac{3,75 - 13,75}{1} \right| = 10$

Im Zeitintervall $[0,5; 1,5]$ fällt der Apfel mit einer mittleren Geschwindigkeit von 10 m/s.

Um die Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt t_0 zu bestimmen, muss die 1. Ableitung $h'(t)$ berechnet und dann für t der Wert von t_0 eingesetzt werden.

- c) Zur Berechnung der Beschleunigung muss $h(t)$ zweimal abgeleitet werden.

$$h'(t) = -10 \cdot t$$

$$|a(t)| = |h''(t)| = 10$$

Die Beschleunigung beträgt 10 m/s².

- d)

[...]	
[...]	
Der Luftwiderstand F_w ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit v .	<input checked="" type="checkbox"/>
[...]	
[...]	

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 4 Analysis
- c) 4 Analysis
- d) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) —
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) —
- d) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) leicht
- c) leicht
- d) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2
- c) 1
- d) 1

Thema: Sonstiges

Quellen: —