

## Erlebnisgarten (2)

Aufgabennummer: B\_160

Technologieeinsatz:

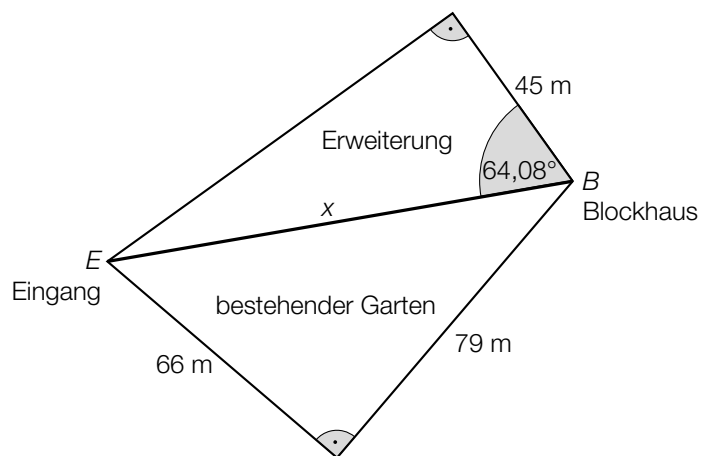
möglich

erforderlich

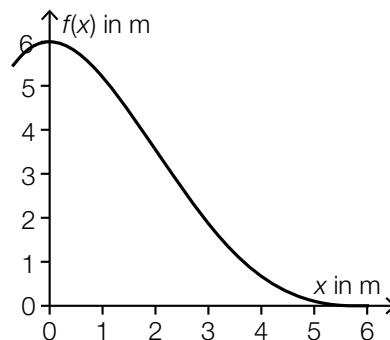
Der Außenbereich eines Kindergartens wird vergrößert und zu einem Erlebnisgarten umgestaltet.

- a) Vom Eingang  $E$  zum Blockhaus  $B$  soll ein geradliniger Barfußweg angelegt werden (siehe nebenstehende Abbildung).

- Berechnen Sie die Länge  $x$  des Weges in Metern.
- Dokumentieren Sie, wie Sie den Flächeninhalt der Erweiterung berechnen können, wenn  $x$  als bekannt angenommen wird.



- b) Vom höchsten Punkt eines Hügels soll eine Rutsche herunterführen.



Das Profil der geplanten Rutsche kann durch die folgende Funktion  $f$  annähernd beschrieben werden:

$$f(x) = -\frac{1}{72} \cdot (x^4 - 16 \cdot x^3 + 72 \cdot x^2 - 432) \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 6$$

$x, f(x)$  ... Koordinaten in m

Der Neigungswinkel einer Spielplatzrutsche darf laut einer Norm aus Sicherheitsgründen an keiner Stelle  $60^\circ$  überschreiten.

- Überprüfen Sie mithilfe der Differenzialrechnung, ob die geplante Rutsche normgerecht ist.

c) Der gesamte Außenbereich mit einer Fläche von  $A \text{ m}^2$  soll neu gestaltet werden. Der Gärtner veranschlagt einen Preis von  $p$  Euro pro Quadratmeter ( $\text{€/m}^2$ ) exklusive 20 % Mehrwertsteuer. Bei Barzahlung gewährt der Gärtner einen Preisnachlass von 3 %.

- Erstellen Sie eine Formel für den Gesamtpreis  $P$  inklusive Mehrwertsteuer bei Barzahlung.

$$P = \underline{\hspace{10cm}}$$

- Begründen Sie, warum das Abziehen des Preisnachlasses vor bzw. nach der Berechnung der Mehrwertsteuer auf den gleichen Preis führt.

d) Für die Gartengestaltung muss ein Kredit aufgenommen werden.

Die Rückzahlungsraten werden wie folgt jeweils am Ende des Jahres bei einem Zinssatz von 4,5 % p. a. vereinbart:

|      | 1. Jahr | 2. Jahr | 3. Jahr | 4. Jahr | 5. Jahr |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Rate | € 4.000 | € 5.000 | € 3.000 | € 0     | € 4.500 |

- Berechnen Sie die Höhe des Kredits.  
(Steuern und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)

Als alternative Rückzahlungsvariante wird die Tilgung des Kredits durch nachschüssige Monatsraten bei einem Zinssatz von 4,5 % p. a. und einer Laufzeit von  $n$  Jahren vorgeschlagen.

- Dokumentieren Sie, wie man die Ratenhöhe  $R$  berechnen kann.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

a)  $x = \sqrt{66^2 + 79^2} = 102,9\dots$

Der Weg ist rund 103 m lang.

Um die Fläche zu berechnen, benötigt man die Höhe im rechtwinkligen Dreieck der Erweiterung.

Die Höhe steht normal auf  $x$ , daher gilt:  $h = 45 \cdot \sin(64,08^\circ)$ .

Den Flächeninhalt erhält man demnach mit  $x \cdot \frac{h}{2}$ .

*Es gibt auch andere mögliche Lösungswege.*

b)  $f(x) = -\frac{1}{72} \cdot (x^4 - 16 \cdot x^3 + 72 \cdot x^2 - 432)$

$$f'(x) = -\frac{1}{72} \cdot (4 \cdot x^3 - 48 \cdot x^2 + 144 \cdot x)$$

$$f''(x) = -\frac{1}{72} \cdot (12 \cdot x^2 - 96 \cdot x + 144)$$

Die Steigung (hier: das Gefälle) ist in einem Wendepunkt am größten:

$$f''(x) = 0$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 6$

In der Abbildung ist ersichtlich, dass nur die Stelle  $x_1 = 2$  in Frage kommt.

$$f'(2) = -1,777\dots$$

$$\alpha = \arctan(f'(2)) = -60,642\dots^\circ \approx -61^\circ$$

Der maximal erlaubte Winkel wird überschritten.

Die Rutsche ist nicht normgerecht.

$$c) P = p \cdot A \cdot 1,2 \cdot 0,97$$

Bei der Multiplikation können die Faktoren vertauscht werden. Das Ergebnis verändert sich dadurch nicht:

$$(p \cdot A \cdot 1,2) \cdot 0,97 = (p \cdot A \cdot 0,97) \cdot 1,2$$

$$d) \frac{4000}{1,045} + \frac{5000}{1,045^2} + \frac{3000}{1,045^3} + \frac{4500}{1,045^5} = 14\,646,320\dots$$

Die Kredithöhe beträgt € 14.646,32.

Man berechnet den äquivalenten monatlichen Aufzinsungsfaktor  $q_{12} = \sqrt[12]{1,045}$ .

Diesen setzt man in die Barwertformel ein. Der Barwert ist die Kredithöhe. Die Anzahl der Raten ist  $12 \cdot n$ .

$$14\,646,32 = R \cdot \frac{q_{12}^{12 \cdot n} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{12 \cdot n}}$$

Aus dieser Gleichung kann  $R$  berechnet werden.

*Es genügt hier auch, wenn die genaue Vorgangsweise mit Technologieeinsatz beschrieben wird.*

# Klassifikation

Teil A             Teil B

## Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 4 Analysis
- c) 1 Zahlen und Maße
- d) 3 Funktionale Zusammenhänge

## Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) —
- d) —

## Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) A Modellieren und Transferieren
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

## Nebenhandlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) A Modellieren und Transferieren, D Argumentieren und Kommunizieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

## Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) leicht
- d) schwer

## Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2
- c) 2
- d) 2

**Thema:** Alltag

**Quellen:** —