

Erbschaft*

Aufgabennummer: B_264

Technologieeinsatz:

möglich

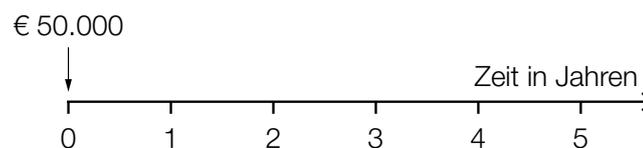
erforderlich

- a) Armin erhält ein Erbe in Höhe von € 50.000, das in Form von 3 Beträgen in den nächsten 5 Jahren ausbezahlt wird.

Die Höhe der Auszahlungen Z kann mit der nachstehenden Gleichung berechnet werden:

$$50\,000 = \frac{20\,000}{1,03} + \frac{Z}{1,03^3} + \frac{Z}{1,03^5}$$

- 1) Lesen Sie den zugehörigen Jahreszinssatz ab.
- 2) Veranschaulichen Sie alle in der Gleichung vorkommenden Auszahlungen auf der nachstehenden Zeitachse.



- 3) Berechnen Sie die Höhe der Auszahlungen Z .

- b) Jutta hat € 50.000 geerbt. Diesen Betrag legt sie mit einer Verzinsung von 3 % p. a. an.

In den nächsten 5 Jahren will sie nun jeweils am Ende jedes Monats einen gleich hohen Betrag abheben, sodass nach diesen 5 Jahren vom angelegten Geld ein Betrag in Höhe von € 20.000 vorhanden ist.

Jutta überlegt, dass sie monatlich rund $\frac{€ 50.000 - € 20.000}{60} = € 500$ abheben kann.

- 1) Begründen Sie, warum die tatsächlichen Monatsraten größer als € 500 sind.
- 2) Berechnen Sie den zugehörigen äquivalenten Monatszinssatz.
- 3) Berechnen Sie die Höhe dieser tatsächlichen Monatsraten.

c) Auf den unten stehenden Zeitachsen sind Erbschaftsauszahlungen dargestellt.

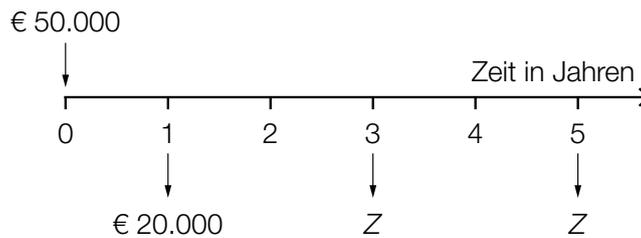
1) Kreuzen Sie diejenige Auszahlungsvariante an, die bei einem positiven Zinssatz den größten Barwert hat. [1 aus 5]

<p style="text-align: right;">Zeit in Jahren</p> <p>Timeline diagram showing annual payments of € 5.000 from year 1 to year 8. The x-axis is labeled 'Zeit in Jahren' and has tick marks from 0 to 8. Arrows point down from each year 1 through 8 to the value '€ 5.000'.</p>	<input type="checkbox"/>
<p style="text-align: right;">Zeit in Jahren</p> <p>Timeline diagram showing payments of € 10.000 at years 2, 4, 6, and 8. The x-axis is labeled 'Zeit in Jahren' and has tick marks from 0 to 8. Arrows point down from years 2, 4, 6, and 8 to the value '€ 10.000'.</p>	<input type="checkbox"/>
<p style="text-align: right;">Zeit in Jahren</p> <p>Timeline diagram showing payments of € 20.000 at years 3 and 7. The x-axis is labeled 'Zeit in Jahren' and has tick marks from 0 to 8. Arrows point down from years 3 and 7 to the value '€ 20.000'.</p>	<input type="checkbox"/>
<p style="text-align: right;">Zeit in Jahren</p> <p>Timeline diagram showing payments of € 20.000 at years 4 and 6. The x-axis is labeled 'Zeit in Jahren' and has tick marks from 0 to 8. Arrows point down from years 4 and 6 to the value '€ 20.000'.</p>	<input type="checkbox"/>
<p style="text-align: right;">Zeit in Jahren</p> <p>Timeline diagram showing a single payment of € 40.000 at year 5. The x-axis is labeled 'Zeit in Jahren' and has tick marks from 0 to 8. An arrow points down from year 5 to the value '€ 40.000'.</p>	<input type="checkbox"/>

Möglicher Lösungsweg

a1) Zinssatz: 3 % p. a.

a2)



a3)
$$50000 = \frac{20000}{1,03} + \frac{Z}{1,03^3} + \frac{Z}{1,03^5}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$Z = 17202,934\dots$

Die Höhe der Auszahlungen Z beträgt € 17.202,93.

b1) Da das Erbe angelegt und verzinst wird, kann Jutta einen höheren Betrag als monatlich € 500 abheben.

b2) $i_{12} = \sqrt[12]{1,03} - 1 = 0,002466\dots$

Der Monatszinssatz beträgt rund 0,247 %.

b3) $q_{12} = 1 + i_{12}$

$$50000 \cdot 1,03^5 = R \cdot \frac{q_{12}^{60} - 1}{q_{12} - 1} + 20000$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$R = 587,846\dots$

Die Höhe der Monatsraten beträgt € 587,85.

c1)

	<input type="checkbox"/>
[...]	
[...]	
[...]	
[...]	

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Ablesen des Jahreszinssatzes
1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Auszahlungen auf der Zeitachse
1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe der Auszahlungen Z

- b) 1 × D: für die richtige Begründung
1 × B1: für die richtige Berechnung des äquivalenten Monatszinssatzes
1 × B2: für die richtige Berechnung der Höhe der Monatsraten

- c) 1 × C: für das richtige Ankreuzen