

Durchhängende Kette

Aufgabennummer: A_214

Technologieeinsatz:

möglich

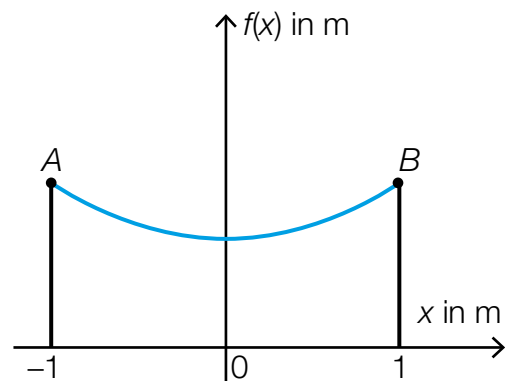
erforderlich

Eine durchhängende Kette zwischen 2 Masten gleicher Höhe, die 2 m voneinander entfernt sind, kann mit der Funktion f beschrieben werden.

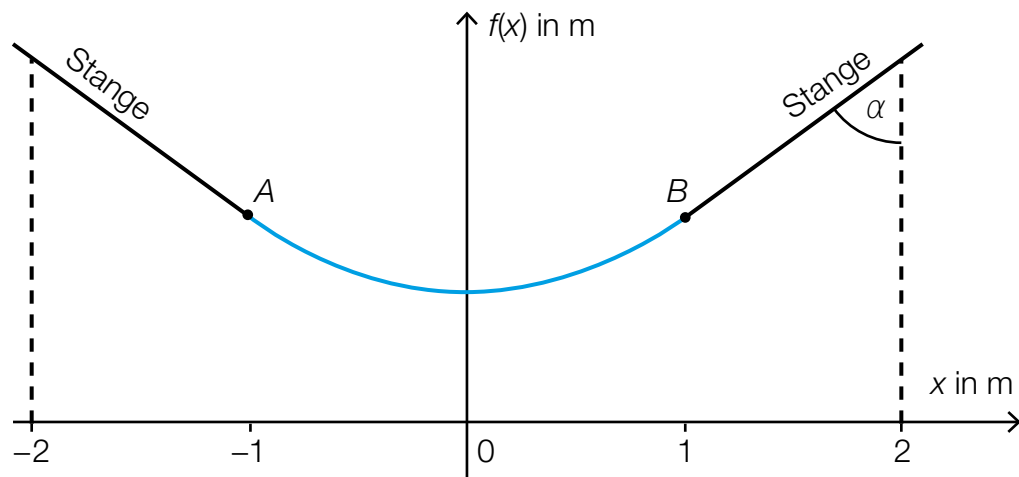
$$f(x) = e^x + e^{-x}$$

$|x|$... Abstand von der vertikalen Achse in m

$f(x)$... Höhe der Kette über dem Boden in m



- a) Die Funktion f ist symmetrisch bezüglich der vertikalen Achse und kann näherungsweise auch durch eine quadratische Funktion g beschrieben werden. Der Graph der Funktion g enthält ebenfalls die Punkte A und B und hat den gleichen Tiefpunkt wie die Funktion f .
- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, das zur Ermittlung der Koeffizienten von g benötigt wird.
 - Stellen Sie eine Gleichung der Funktion g auf.
- b) Die oben beschriebene Kette soll an den Punkten A und B an 2 Stangen befestigt werden, die an den 2 Punkten die gleichen Steigungswinkel wie die Kette haben.



- Berechnen Sie denjenigen Winkel α , den die Stangen mit der Senkrechten einschließen.

c) Für eine Abstandsberechnung wurden ausgehend von der Gleichung $e^x + e^{-x} = 2,5$ folgende Umformungsschritte durchgeführt:

$$(1) \quad e^x + \frac{1}{e^x} = 2,5$$

$$(2) \quad e^{2 \cdot x} + 1 = 2,5 \cdot e^x$$

$$(3) \quad \ln(e^{2 \cdot x}) + \ln(1) = \ln(2,5 \cdot e^x)$$

$$(4) \quad 2 \cdot x + 0 = \ln(2,5) + x$$

$$(5) \quad x = \ln(2,5)$$

In der Umformung von Zeile 2 auf Zeile 3 wurde ein Fehler gemacht.

– Erklären Sie, worin der Fehler besteht.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Eine quadratische Funktion g , die symmetrisch zur vertikalen Achse ist, hat die allgemeine Funktionsgleichung $g(x) = a \cdot x^2 + c$.

$$B = (1|f(2)) = (1|3,086\dots)$$

$$\text{Tiefpunkt} = (0|f(0)) = (0|2)$$

Die Lösung des Gleichungssystems:

$$\left. \begin{array}{l} \text{I: } g(1) = 3,086\dots \Rightarrow a + c = 3,086\dots \\ \text{II: } g(0) = 2 \quad \quad \quad \Rightarrow c = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 1,086\dots$$

$$g(x) = 1,086\dots \cdot x^2 + 2$$

Das Einsetzen von 3 Punkten in die Funktionsgleichung der allgemeinen quadratischen Funktion ist ebenfalls richtig.

- b) Der Steigungswinkel am Punkt B ist $\arctan(f'(1))$.

$$f'(x) = e^x - e^{-x}$$

$$f'(1) = 2,350\dots, \text{ Steigungswinkel} = \arctan(2,350\dots) = 66,952\dots^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 90^\circ - 66,952\dots^\circ = 23,047\dots^\circ \approx 23,05^\circ$$

- c) Es wurde nicht die Summe logarithmiert, sondern die Summanden.
Richtig müsste es heißen: $\ln(e^{2 \cdot x} + 1) = \ln(2,5 \cdot e^x)$.

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 4 Analysis
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) —
- c) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) schwer
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 1
- c) 1

Thema: Sonstiges

Quellen: —