

## Drehteile (1)

Aufgabennummer: A\_086

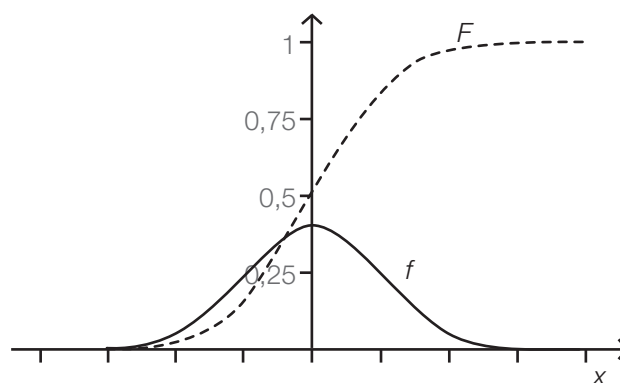
Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Auf einer Drehmaschine werden Stahlzylinder gefertigt. Die Durchmesser der Zylinder sind annähernd normalverteilt mit den Parametern  $\mu = 60$  mm (Erwartungswert) und  $\sigma = 0,3$  mm (Standardabweichung).

- Bei einer Überprüfung wird ein Zylinder zufällig ausgewählt.
  - Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit in Prozent, dass der Durchmesser dieses Zylinders innerhalb eines Bereichs von  $60,1 \text{ mm} \pm 0,6 \text{ mm}$  liegt.
- Berechnen Sie jenen um den Erwartungswert symmetrisch liegenden Bereich, in dem erwartungsgemäß 90 % aller Durchmesser der Werkstücke liegen.
- Die gegebene Grafik stellt die Wahrscheinlichkeitsdichte- und die Verteilungsfunktion einer normalverteilten Zufallsvariablen dar.
  - Vergleichen Sie die beiden Funktionen und erklären Sie ihre Beziehung zueinander.
  - Interpretieren Sie beide Graphen hinsichtlich ihrer Extremwerte und Wendepunkte (bezüglich  $\mu$  und  $\sigma$ ) sowie hinsichtlich ihres Verhaltens im Unendlichen.



*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

- a) Die Wahrscheinlichkeit  $P(59,5 \leq X \leq 60,7)$  wird mittels Technologieeinsatz ermittelt.  
(Zufallsvariable  $X$  ... Durchmesser der Stahlzylinder in mm)

(Alternativ mit Normalverteilungstabelle:

Nach Überführung der gegebenen Verteilung in die standardisierte Normalverteilung wird die Wahrscheinlichkeit  $P\left(-\frac{5}{3} \leq Z \leq \frac{7}{3}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{5}{3}\right) - \Phi\left(\frac{7}{3}\right)$  ermittelt.)

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Durchmesser eines zufällig ausgewählten Zylinders innerhalb eines Bereichs von  $60,1 \text{ mm} \pm 0,6 \text{ mm}$  liegt, beträgt etwa 94 %.

- b) Ansatz:  $P(-z \leq Z \leq z) = 0,9$ . Die Gleichung  $2\Phi(z) - 1 = 0,9$  wird nach  $\Phi(z)$  aufgelöst. Mittels Technologieeinsatz oder aus der Tabelle erhält man  $z = 1,64$ .  
Aus  $x = z \cdot \sigma + \mu$  erhält man die gesuchten Grenzen.

(Oder man ermittelt die untere Intervallgrenze 59,51 mm mithilfe von Microsoft Excel:  
=NORMINV(5%;60;0,3).)

Das Intervall, innerhalb welchem 90 % der Durchmesser der gefertigten Werkstücke liegen, lautet [59,51 mm; 60,49 mm].

- c) Die durchgezogene Kurve zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f$  (Gauß'sche Glockenkurve) einer Normalverteilung mit dem Mittelwert  $\mu$  und der Standardabweichung  $\sigma$ .  
Die strichlierte Kurve ist die zugehörige Verteilungsfunktion  $F$ .  $F$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zufallsvariable einen Wert annimmt, der kleiner oder gleich  $x$  ist. Das ist gleichzeitig die Fläche unter der Glockenkurve links von  $x$ .

Das Maximum der Glockenkurve liegt bei  $x = \mu$ , dort ist  $F(x) = 0,5$ , da die Glockenkurve symmetrisch zu ihrem Maximum ist.

Die Wendepunkte der Glockenkurve befinden sich bei  $x_1 = \mu - \sigma$  und  $x_2 = \mu + \sigma$ .

$f(x)$  strebt für  $x \rightarrow \pm \infty$  gegen 0. Die Gesamtfläche unter der Glockenkurve beträgt 1.  
1 ist der Grenzwert der Verteilungsfunktion  $F(x)$  für  $x \rightarrow \infty$ .

## Klassifikation

Teil A       Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 5 Stochastik
- b) 5 Stochastik
- c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) 4 Analysis

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) leicht
- c) schwer

Punkteanzahl:

- a) 1
- b) 2
- c) 3

Thema: Technik

Quellen: —