

## Bevölkerungswachstum und -abnahme\*

Aufgabennummer: A\_152

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Die Entwicklung der Einwohnerzahl eines Landes kann näherungsweise durch eine Exponentialfunktion modelliert werden.

- a) Für Deutschland wird die Anzahl der Einwohner/innen näherungsweise durch die Funktion  $N$  modelliert:

$$N(t) = 82,5 \cdot e^{-0,00043347 \cdot t}$$

$t$  ... Anzahl der vergangenen Jahre seit 2005

$N(t)$  ... Einwohnerzahl nach  $t$  Jahren in Millionen

– Interpretieren Sie die Bedeutung des negativen Vorzeichens der Hochzahl in diesem Sachzusammenhang.

- b) Mit Stand 1. Jänner 2011 lebten in Österreich 8,402 Millionen Menschen. Die Bevölkerung wächst jedes Jahr um jeweils 0,3 % des Vorjahreswertes.

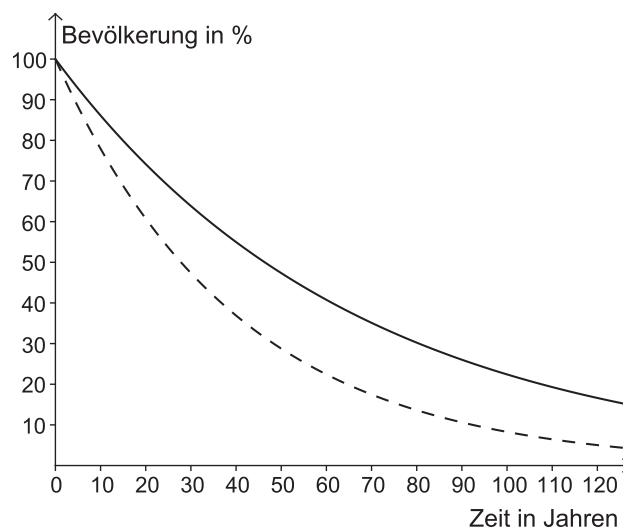
– Stellen Sie eine Funktionsgleichung auf, die die Entwicklung der Bevölkerung in Österreich ab 1. Jänner 2011 modelliert.

– Berechnen Sie, für welches Kalenderjahr das Modell erstmals eine Bevölkerungszahl von mehr als 10 Millionen vorhersagt.

\* ehemalige Klausuraufgabe

- c) Zwei verschiedene Modelle für die Bevölkerungsentwicklung einer Region sind im unten stehenden Diagramm dargestellt. Diese beiden Modelle prognostizieren unterschiedliche Zeitpunkte, zu denen die Bevölkerung auf 50 % des Ausgangswertes gesunken ist.

– Kennzeichnen Sie im nachstehenden Diagramm die Zeitdifferenz zwischen diesen beiden Zeitpunkten.



- d) Beim Logarithmieren von Gleichung (1) ist ein Fehler passiert:

(1)  $N = 8 \cdot 1,02^t$

(2)  $\ln(N) = \ln(8) \cdot t \cdot \ln(1,02)$

– Stellen Sie die logarithmierte Gleichung (2) richtig.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

a) Das negative Vorzeichen der Hochzahl hat zur Folge, dass das Modell eine Abnahme der Einwohnerzahl beschreibt.

b)  $A(t) = 8,402 \cdot 1,003^t$

$t$  ... Anzahl der vergangenen Jahre seit dem 1. Jänner 2011

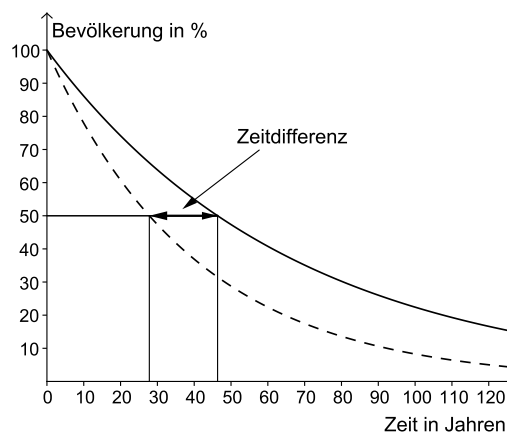
$A(t)$  ... Einwohnerzahl nach  $t$  Jahren in Millionen

$$8,402 \cdot 1,003^t = 10$$

$$t \approx 58,13$$

Für das Jahr 2069 prognostiziert das Modell erstmals eine Bevölkerungszahl von mehr als 10 Millionen.

c)



d)  $\ln(N) = \ln(8) + t \cdot \ln(1,02)$

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für die richtige Interpretation
- b) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung  
1 × B: für die richtige Berechnung des Kalenderjahrs
- c) 1 × C: für das richtige Kennzeichnen der Zeitdifferenz
- d) 1 × B: für das Richtigstellen der logarithmierten Gleichung (2)