

Bevölkerungswachstum in den USA

Aufgabennummer: A_092

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Thomas Malthus gelang es, mit der folgenden Funktion B das Bevölkerungswachstum in den USA für einen bestimmten Zeitraum gut zu beschreiben.

$$B(t) = 3,9 \cdot 1,0302^t$$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1790

$B(t)$... Bevölkerungsanzahl zur Zeit t in Millionen

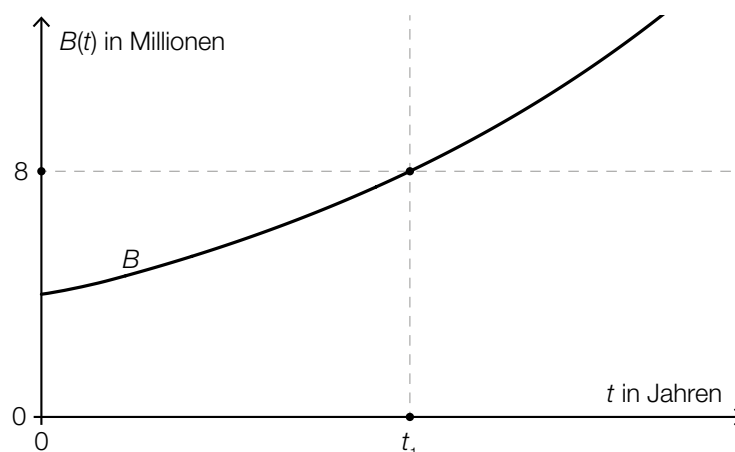
Angaben aus Volkszählungen

Jahr	1800	1810	1820
Bevölkerungsanzahl in Millionen	5,3	7,2	9,6

a) – Berechnen Sie mithilfe der Funktion B die Bevölkerungsanzahl in den USA für das Jahr 1820.

– Ermitteln Sie die prozentuelle Abweichung dieses errechneten Wertes vom erhobenen Wert aus der Volkszählung.

b) In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion B in einem eingeschränkten Definitionsbereich dargestellt.



– Weisen Sie nach, dass im Intervall $[t_1; t_1 + 8]$ die relative Änderung und die mittlere Änderungsrate von B durch dieselbe Formel beschrieben werden können.

c) Es gilt:

$$B'(t) = 3,9 \cdot \ln(1,0302) \cdot 1,0302^t$$

– Interpretieren Sie den Ausdruck „ $3,9 \cdot \ln(1,0302)$ “ im gegebenen Sachzusammenhang.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $B(30) = 3,9 \cdot 1,0302^{30} = 9,52\dots$

Gemäß dem Modell ergibt sich eine Bevölkerungsanzahl von rund 9,52 Millionen Menschen.

Abweichung: $\frac{B(30) - 9,6}{9,6} = -0,0082\dots$

Die Abweichung des errechneten Wertes vom erhobenen Wert beträgt rund 0,8 %.

b) relative Änderung von B im Intervall $[t_1; t_1 + 8]$:

$$\frac{B(t_1 + 8) - B(t_1)}{B(t_1)} = \frac{B(t_1 + 8) - 8}{8}$$

mittlere Änderungsrate von B im Intervall $[t_1; t_1 + 8]$:

$$\frac{B(t_1 + 8) - B(t_1)}{t_1 + 8 - t_1} = \frac{B(t_1 + 8) - 8}{8}$$

Die Formeln für die beiden Änderungsmaße im Intervall $[t_1; t_1 + 8]$ stimmen also überein.

c) Das ist die momentane Änderungsrate der Bevölkerungsanzahl zum Zeitpunkt $t = 0$, also für das Jahr 1790.

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 4 Analysis
- c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) schwer
- c) schwer

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 1
- c) 1

Thema: Demografie

Quelle: <http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de>