Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Baikalsee

Aufgabennummer: A_201

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Der Baikalsee stellte bis 1996 (Ernennung zum Weltnaturerbe) mit 20 % der gesamten Süßwasservorräte der Erde unser größtes Süßwasserreservoir dar. Die Fläche des Sees betrug zu dieser Zeit ca. das 44-Fache der Fläche des Bodensees.
Durch Kraftwerke und die Entnahme von Wasser aus manchen Zuflüssen verringerte sich seither der Inhalt des Baikalsees um ca. 25 %, der nunmehrige Inhalt V beträgt ca. 18 400 km³.

a) – Berechnen Sie die gesamten Süßwasservorräte V_g der Erde im Jahr 1996.
   – Stellen Sie das Ergebnis in km³ in der Gleitkommadarstellung der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ und $k \in \mathbb{Z}$ dar.

b) – Stellen Sie eine Formel auf, mit der man die Fläche F_{Bodensee} im Jahr 1996 mithilfe der damaligen Fläche $F_{\text{Baikalsee}}$ berechnen kann.

F_{Bodensee} = ________________________________

c) Sie lesen in einer Zeitung die folgende Aussage:
Mit dem Süßwasser des Baikalsees (V = 18 400 km³) können 7 Milliarden Menschen 50 Jahre lang mit Wasser versorgt werden. Man geht davon aus, dass jeder Mensch täglich 150 Liter (L) Wasser benötigt.

– Beurteilen Sie den Wahrheitsgehalt dieser Aussage unter Zuhilfenahme einer Rechnung.

d) Modelliert man die Erde als Kugel mit dem Radius R, so hat sie folgendes Volumen:

$$V_E = \frac{4 \cdot R^3 \cdot \pi}{3}$$

Verteilt man das gesamte Wasservolumen V des Baikalsees gleichmäßig über diese Kugel, so vergrößert sich der Radius der Kugel um h.

– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von h in Abhängigkeit von R, V und V_E auf.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) 18 400 km³ entspricht 75 % der ursprünglichen Süßwassermenge des Baikalsees.
$18\,400 \text{ km}^3 : 0{,}75 = 24\,533{,}33 \text{ km}^3$
Daher hatte der Baikalsee ursprünglich 24 533,33 km³ Süßwasser.
$20\,\% = \frac{1}{5}$ der gesamten Süßwasservorräte,
auf der Erde betrugen die Süßwasservorräte $V_g = 122\,666{,}67 \text{ km}^3$.

Die gesamten Süßwasservorräte der Erde machen ungefähr $1{,}23 \cdot 10^5 \text{ km}^3$ aus.

b) $F_{\text{Bodensee}} = \frac{1}{44} \cdot F_{\text{Baikalsee}}$

c) $7 \cdot 10^9 \cdot 150 \cdot 365 \cdot 50 \text{ L} = 1{,}91625 \cdot 10^{16} \text{ L}$
$1 \text{ km}^3 = 1 \cdot 10^{12} \text{ L}$
$1{,}91625 \cdot 10^{16} : 10^{12} = 19\,162{,}5$

Die gesamte Menschheit verbräuchte demnach 19 162,5 km³ Süßwasser, daher stimmt diese Behauptung nicht.

d) Es geht um die Differenz zwischen dem Volumen einer vergrößerten Kugel V_g mit $R_g = R + h$ und dem Volumen der Erde V_E mit dem Radius R.

$$V_g = V_E + V$$
$$\frac{4}{3} \cdot R_g^{\,3} \cdot \pi = V_E + V$$
$$R_g^{\,3} = \frac{3 \cdot (V_E + V)}{4 \cdot \pi}$$
$$R_g = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot (V_E + V)}{4 \cdot \pi}}$$
$$h = R_g - R$$
$$h = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot (V_E + V)}{4 \cdot \pi}} - R$$

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechung der gesamten Süßwasservorräte
1 × B: für die richtige Angabe in Gleitkommadarstellung

b) 1 × A: für die richtige Formel

c) 1 × B: für die richtige Berechnung des Wasserverbrauchs
1 × D: für die richtige Begründung

d) 1 × A: für die Erkenntnis, dass es um die Differenz zweier Kugelvolumina geht (oder anderer richtiger Lösungsansatz)
1 × B: für die richtige Formel