

Autofahrt (2)

Aufgabennummer: A_200

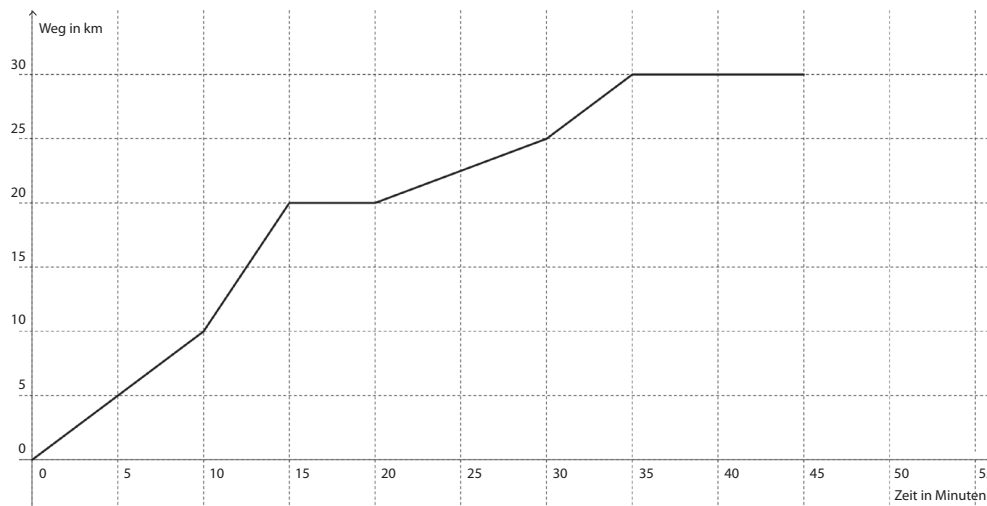
Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Frau Maier ist beruflich sehr viel mit dem Auto unterwegs und benutzt ihren Bordcomputer, um zurückgelegte Strecken, die mittlere Geschwindigkeit und den mittleren Kraftstoffverbrauch zu ermitteln.

- a) Im Folgenden sehen Sie ein Weg-Zeit-Diagramm, das näherungsweise Frau Maiers Fahrverhalten an einem ihrer Arbeitstage beschreibt:



- Bestimmen Sie, in welchem Zeitintervall Frau Maier mit einer konstanten Geschwindigkeit von 30 km/h unterwegs ist.

- b) Frau Maiers Bordcomputer kann die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge anzeigen. Intern berechnet der Computer für eine der Fahrten von Frau Maier die verbrauchte Benzinmenge in Abhängigkeit vom bisher zurückgelegten Weg mithilfe folgender Funktion:

$$f(x) = 0,0000006x^3 + 0,0002x^2 + 0,08x$$

x ... Strecke in Kilometern (km), die seit Fahrtbeginn zurückgelegt wurde

$f(x)$... verbrauchte Benzinmenge in Litern (L) nach x zurückgelegten Kilometern

- Stellen Sie eine Formel auf, mit der man den mittleren Benzinverbrauch pro Kilometer für ein beliebiges Wegintervall $[x_1; x_2]$ berechnen kann.
- Berechnen Sie den mittleren Benzinverbrauch pro Kilometer im Wegintervall $[50 \text{ km}; 100 \text{ km}]$.

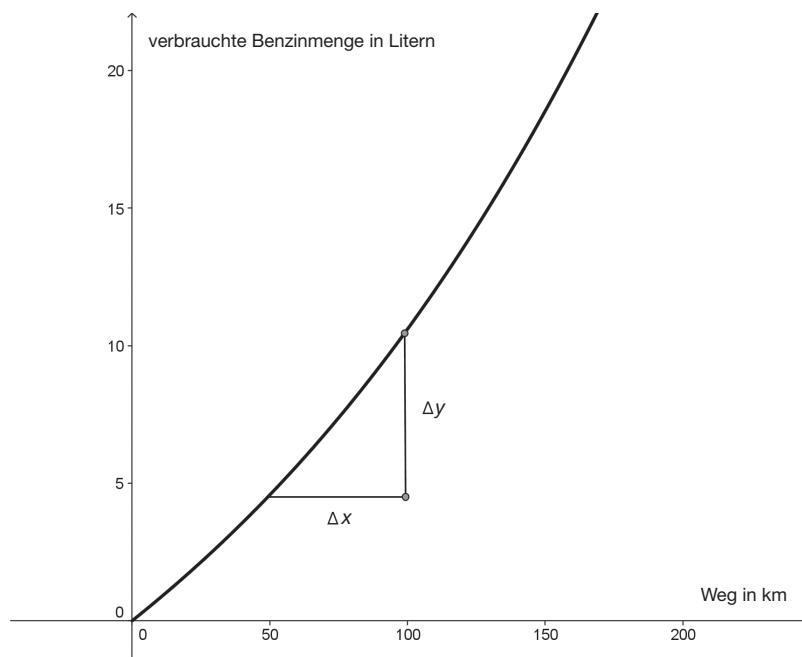
- c) Die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge wird näherungsweise durch folgende Funktion beschrieben:

$$f(x) = 0,0000006x^3 + 0,0002x^2 + 0,08x$$

x ... Strecke in km, die seit Fahrtbeginn zurückgelegt wurde

$f(x)$... die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge in Litern nach x zurückgelegten Kilometern

- Geben Sie an, mit welcher Rechenoperation man den momentanen Benzinverbrauch bei x Kilometern berechnen kann.
 - Berechnen Sie den momentanen Benzinverbrauch bei 50 Kilometern in Litern pro Kilometer (L/km).
- d) – Erklären Sie anhand der unten stehenden Grafik, welche Größe man mithilfe des Steigungsdreiecks berechnet.
- Erläutern Sie, welche Größe man erhält, wenn Δx gegen null geht.



Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Es handelt sich um das Zeitintervall von 20 min bis 30 min.

Ein möglicher Lösungsweg wäre:

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{zurückgelegter Weg}}{\text{vergangene Zeit}}$$

Für das Intervall von 20 min bis 30 min ergibt dies $\frac{5}{10}$ km/min = 30 km/h.

- b) Formel:

Für ein allgemeines Intervall $[x_1; x_2]$ gilt:

$$\text{mittlerer Benzinverbrauch} = \frac{\text{verbrauchte Benzinmenge}}{\text{zurückgelegte km}} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$\text{mittlerer Benzinverbrauch} = \frac{\text{verbrauchte Benzinmenge}}{\text{zurückgelegte km}} = \frac{f(100) - f(50)}{100 - 50}$$

$$f(100) = 10,6$$

$$f(50) = 4,575$$

$$\text{mittlerer Benzinverbrauch} = \frac{f(100) - f(50)}{100 - 50} = \frac{10,6 - 4,575}{100 - 50} = 0,1205$$

Frau Maier hat im angegebenen Wegintervall durchschnittlich 0,1205 L Benzin pro km gebraucht.

- c) Man berechnet den momentanen Benzinverbrauch bei x km durch $f'(x)$.

Der momentane Benzinverbrauch bei Kilometer 50 ist die Ableitung $f'(50)$.

$$f'(x) = 0,0000018x^2 + 0,0004x + 0,08$$

$$f'(50) = 0,1045$$

Der momentane Benzinverbrauch bei Kilometer 50 beträgt also 0,1045 L/km.

- d) Mithilfe des Steigungsdreiecks berechnet man den mittleren Benzinverbrauch im Intervall [50 km; 100 km] (Differenzenquotient).

Wenn Δx gegen null geht, erhält man den momentanen Benzinverbrauch für $x = 50$ km (Differenzialquotient).

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für die richtige Angabe des Zeitintervalls
- b) 1 × A: für die Aufstellung des richtigen Modells (Differenzenquotient)
1 × B: für die richtige Berechnung des durchschnittlichen Benzinverbrauchs
- c) 1 × A: für die korrekte Beschreibung des momentanen Benzinverbrauchs durch die
1. Ableitung an der Stelle x
1 × B: für die richtige Berechnung des momentanen Benzinverbrauchs bei Kilometer 50
- d) 1 × D: für die richtige Erklärung
1 × D: für die richtige Erklärung