

Am Fluss*

Aufgabennummer: A_229

Technologieeinsatz:

möglich

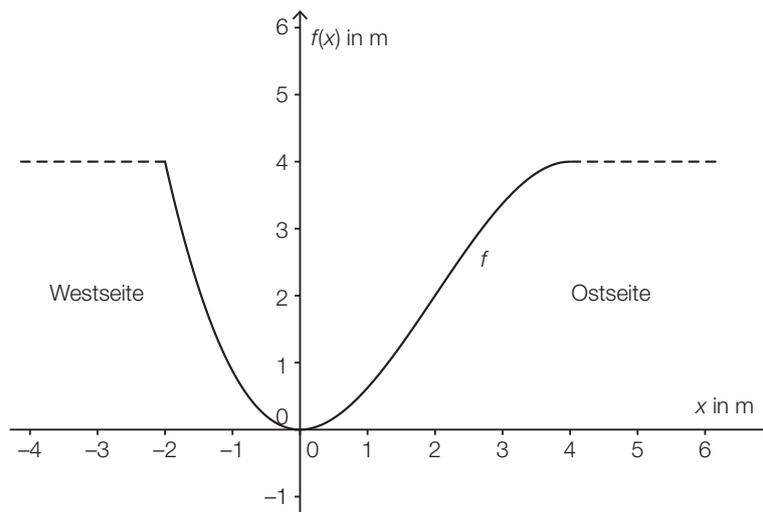
erforderlich

- a) Das Querschnittsprofil eines künstlichen Flusslaufes kann annähernd durch den Graphen der Polynomfunktion f beschrieben werden:

$$f(x) = -\frac{1}{8} \cdot x^3 + \frac{3}{4} \cdot x^2 \quad \text{mit } -2 \leq x \leq 4$$

$x, f(x)$... Koordinaten in Metern (m)

Der Graph dieser Funktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



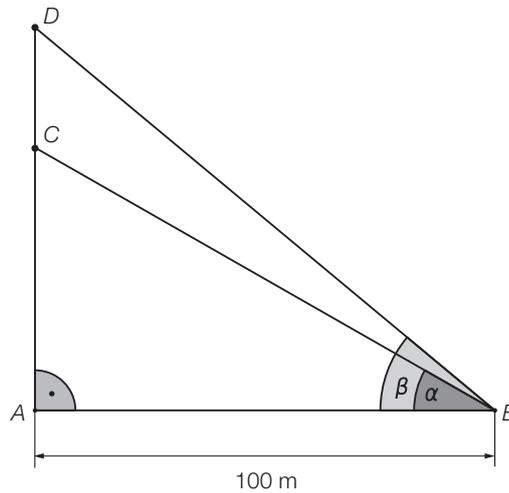
- Berechnen Sie diejenige Stelle, an der das Querschnittsprofil auf der Ostseite am stärksten ansteigt.

Gegeben ist das folgende Integral:

$$\int_{-2}^4 (4 - f(x)) \, dx$$

- Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Fläche, deren Inhalt mithilfe dieses Integrals berechnet werden kann.

- b) Ein von einem Punkt A senkrecht aufsteigender Ballon wird von einem Punkt B am Flussufer unter dem Höhenwinkel $\alpha = 30^\circ$ gesehen. Etwas später erscheint der Ballon unter dem Höhenwinkel $\beta = 40^\circ$ (siehe nachstehende Skizze).



- Berechnen Sie die Streckenlänge \overline{CD} .

Hinweis zur Aufgabe:

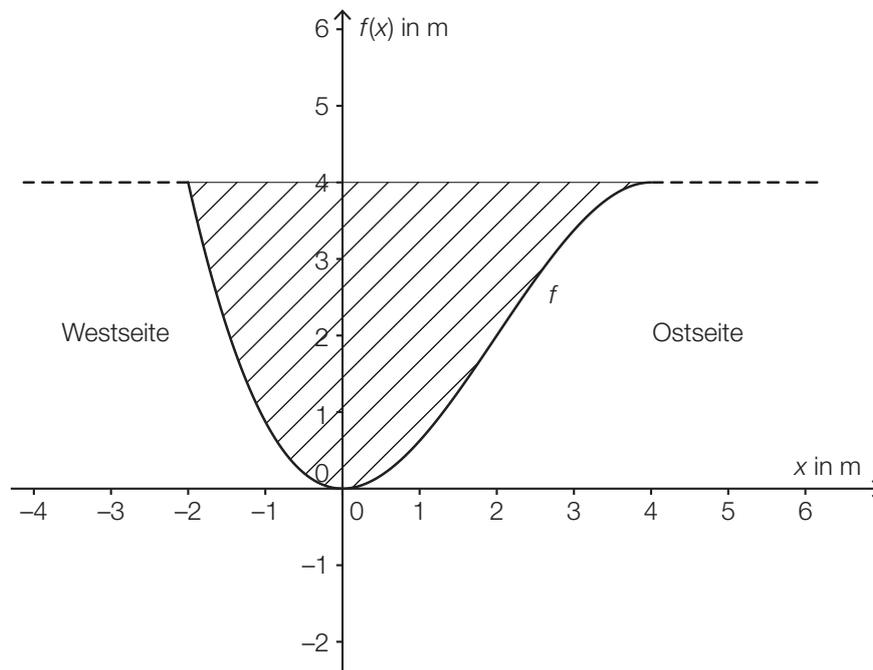
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a) } f''(x) = -\frac{3}{4} \cdot x + \frac{3}{2}$$

$$0 = -\frac{3}{4} \cdot x + \frac{3}{2} \Rightarrow x = 2$$

An der Stelle $x = 2$ steigt das Querschnittsprofil auf der Ostseite am stärksten an.



$$\text{b) } \overline{CD} = \overline{AB} \cdot (\tan(\beta) - \tan(\alpha))$$

$$\overline{CD} = 26,1 \dots \text{ m} \approx 26 \text{ m}$$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wendestelle der Funktion f
 (In der Grafik ist klar zu erkennen, dass der Anstieg des Querschnittsprofils an der Ostseite an der Wendestelle am stärksten ist. Eine rechnerische Überprüfung des Steigungsverhaltens der Funktion an der berechneten Stelle sowie eine Überprüfung der Randstellen sind daher nicht erforderlich.)
 1 × C: für das richtige Kennzeichnen der Fläche
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung der Streckenlänge \overline{CD}